

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО СВЯЗИ
Федеральное государственное
бюджетное образовательное учреждение высшего образования
**«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ
им. проф. М. А. БОНЧ-БРУЕВИЧА»**

В. В. Сергеев, З. В. Зайцева

ЭЛЕКТРОННЫЕ ЦЕПИ И МЕТОДЫ ИХ РАСЧЕТА

***РАСЧЕТ LC-ФИЛЬТРОВ И СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ
ИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ***

**Учебно-методическое пособие
по выполнению курсовой работы**

СПб ГУТ)))

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГ
2016**

УДК 621.372.54(076)
ББК 32.884-04я73
С32

Рецензент
кандидат технических наук, доцент кафедры РС и В СПб ГУТ
Б. Г. Шамсиев

*Рекомендовано к печати
редакционно-издательским советом СПбГУТ*

Сергеев, В. В.
С32 Электронные цепи и методы их расчета. Расчет LC-фильтров и сравнительный анализ их показателей эффективности : учебно-методическое пособие по выполнению курсовой работы / В. В. Сергеев, З. В. Зайцева ; СПбГУТ. – СПб., 2016. – 28 с.

Содержит задания на курсовую работу по дисциплине «Электронные цепи и методы их расчета», методические указания к выполнению, примеры, контрольные вопросы и необходимую литературу.

Предназначено для студентов-бакалавров по направлению 11.03.04 (210100) «Промышленная электроника».

**УДК 621.372.54(076)
ББК 32.884-04я73**

© Сергеев В. В., Зайцева З. В., 2016

© Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М. А. Бонч-Бруевича», 2016

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|--|----|
| Введение | 4 |
| 1. Исходные данные и задание к курсовой работе | 5 |
| 2. Основные функции реактивных фильтров | 7 |
| 3. Фильтры Чебышева и Золотарева – Кауэра | 10 |
| 4. Энергетические функции и показатели эффективности LC-фильтров | 15 |
| 5. Основные свойства энергетических функций | 18 |
| 6. Пример расчета | 20 |
| Заключение | 27 |
| Список литературы | 27 |

ВВЕДЕНИЕ

Настоящая курсовая работа предназначена для студентов дневного обучения по дисциплине «Электронные цепи и методы их расчета». Цель курсовой работы – глубокое освоение разделов действующей учебной программы, а также обучение студентов методам решения инженерных задач.

Задание на курсовую работу предусматривает решение студентами задачи расчета LC-фильтров и проведение сравнительного анализа их показателей эффективности.

Представленное количество вариантов позволяет выдать индивидуальные задания для каждого студента потока.

Приступая к выполнению курсовой работы, студент должен предварительно освоить соответствующие разделы дисциплины, ориентируясь на перечень основных вопросов и указанную литературу.

Курсовая работа должна быть оформлена на персональном компьютере (ПК) в виде пояснительной записки, страницы которой формата А4 (297 × 210 мм) должны быть пронумерованы и сброшюрованы. В пояснительной записке должен быть указан порядок решения задачи, записаны расчетные формулы, показано, какие числа в них подставляются.

При решении следует пользоваться международной системой единиц СИ. В промежуточных формулах наименование единиц не указывается. В окончательных формулах и в окончательных цифровых результатах обязательно следует указать единицы измерения, в которых получен ответ.

При расчетах следует ограничиваться точностью в четыре значащие цифры.

Графики рассчитываются на ПК с использованием программы Fastmean.

При защите курсовой работы студент должен быть готов дать пояснения по существу решения каждой задачи, входящей в состав курсовой работы.

1. ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ И ЗАДАНИЕ К КУРСОВОЙ РАБОТЕ

В табл. 1 даны исходные данные к курсовой работе. Номер варианта студенты определяют по номеру, под которым каждый из них записан в журнале группы.

Таблица 1

| Вариант | Δa , дБ | a_0 , дБ | Ω_k | f_0 , кГц | $P_{2\max}$, кВт |
|---------|--------------------|---------------|------------|----------------|----------------------|
| 1 | 1,25 | 19 | 1,3 | 30 | 2 |
| 2 | 1,25 | 40 | 1,3 | 25 | 5 |
| 3 | 1,25 | 45 | 1,3 | 20 | 4 |
| 4 | 0,28 | 33 | 1,3 | 15 | 6 |
| 5 | 0,18 | 31 | 1,3 | 35 | 3 |
| 6 | 0,1 | 30 | 1,3 | 40 | 2 |
| 7 | 1,25 | 21 | 1,5 | 30 | 5 |
| 8 | 1,25 | 53 | 1,5 | 25 | 4 |
| 9 | 0,28 | 18 | 1,5 | 20 | 6 |
| 10 | 0,28 | 46 | 1,5 | 15 | 3 |
| 11 | 0,18 | 45 | 1,5 | 35 | 2 |
| 12 | 0,1 | 42 | 1,5 | 40 | 5 |
| 13 | 1,25 | 27 | 1,7 | 30 | 4 |
| 14 | 1,25 | 57 | 1,7 | 25 | 6 |
| 15 | 1,25 | 62 | 1,7 | 20 | 3 |
| 16 | 0,28 | 20 | 1,7 | 15 | 2 |
| 17 | 0,28 | 50 | 1,7 | 35 | 5 |
| 18 | 0,18 | 47 | 1,7 | 40 | 4 |
| 19 | 0,18 | 18 | 1,7 | 30 | 6 |
| 20 | 0,1 | 30 | 1,7 | 25 | 3 |
| 21 | 0,28 | 20 | 1,3 | 20 | 2 |
| 22 | 0,28 | 46 | 1,3 | 15 | 5 |
| 23 | 0,18 | 44 | 1,3 | 35 | 4 |
| 24 | 0,1 | 42 | 1,3 | 40 | 6 |
| 25 | 1,25 | 36 | 1,5 | 30 | 3 |
| 26 | 0,28 | 30 | 1,5 | 25 | 2 |
| 27 | 0,18 | 55 | 1,5 | 20 | 5 |
| 28 | 0,1 | 52 | 1,5 | 15 | 4 |
| 29 | 0,28 | 30 | 1,7 | 35 | 6 |
| 30 | 0,1 | 30 | 1,7 | 40 | 3 |

Дополнительные данные:

- сопротивление генератора и нагрузки $R_1 = R_2 = 600 \text{ Ом}$;
- добротности конденсаторов $Q_C = 400$ (коэффициенты потерь $d_C = 0,0025$), добротности катушек индуктивности $Q_L = 200$ (коэффициенты потерь $d_L = 0,005$);
- удельные энергоемкости конденсаторов $\gamma_C^G = 0,3 \text{ Дж/кг}$; $\gamma_C^V = 700 \text{ Дж/м}^3$ и катушек индуктивности $\gamma_L^G = 0,15 \text{ Дж/кг}$; $\gamma_L^V = 30 \text{ Дж/м}^3$.

Обозначения в табл. 1:

- f_0 – граничная частота полосы пропускания ФНЧ;
- $\Omega_k = f_k / f_0$, где f_k – граничная частота полосы задерживания ФНЧ;
- Δa – максимально-допустимое (неравномерность) затухание в полосе пропускания;
- a_0 – гарантированное затухание в полосе задерживания;
- $P_{2\max} = (U_1)^2 / 4R_1$ – максимальная мощность в нагрузке (которую может передать в нагрузку генератор с напряжением U_1 и внутренним сопротивлением R_1).

Задание к курсовой работе

Согласно исходным данным рассчитать лестничные LC-фильтры нижних частот (ФНЧ) с характеристиками Чебышева (полиномиальный) и Золотарева – Кауэра (с всплесками затухания) и провести их сравнительный анализ по перечисленным показателям.

1. Схема, порядок фильтра, число элементов, суммарные емкости C_Σ и индуктивности L_Σ .
2. Характеристика затухания в полосе пропускания и полосе задерживания.
3. Групповое время задержки (ГВЗ) и суммарные энергетические функции в полосе пропускания, массогабаритные показатели.
4. Максимальные (в полосе пропускания) токи и напряжения в элементах.
5. Переходная характеристика.
6. Влияние потерь в элементах на характеристику затухания в полосе пропускания и в полосе задерживания, коэффициент полезного действия (КПД) фильтра.

2. ОСНОВНЫЕ ФУНКЦИИ РЕАКТИВНЫХ ФИЛЬТРОВ

Рассмотрим основные функции реактивных фильтров с резистивными нагрузками R_1 и R_2 со стороны входных и выходных зажимов (рис. 1), к которым относится передаточная функция и связанные с ней функции.

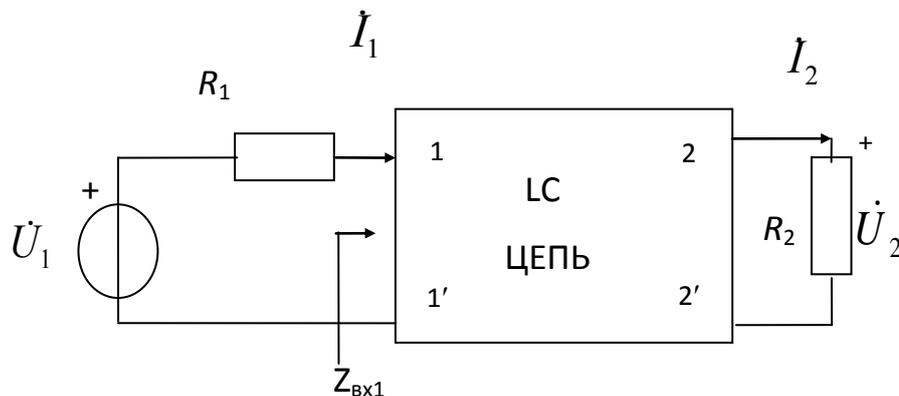


Рис. 1. Нагруженный реактивный четырехполюсник

Рабочая (нормированная) операторная передаточная функция [1]

$$H(p) = \frac{2U_2(p)}{U_1(p)} \sqrt{\frac{R_1}{R_2}} = \frac{f(p)}{v(p)}, \quad (1)$$

где $U_1(p)$ и $U_2(p)$ – операторные напряжения источника и в нагрузке; $f(p)$ и $v(p)$ – полиномы относительно комплексной переменной « p » с вещественными коэффициентами.

Условия физической реализуемости рабочей операторной передаточной функции реактивного четырехполюсника с резистивными нагрузками:

- а) $v(p)$ – полином знаменателя является полиномом Гурвица;
- б) $f(p)$ – полином числителя является четным или нечетным, степень его не превосходит степени $v(p)$;
- в) $|H(p)| \leq 1$ при $p = j\omega$.

В подавляющем числе случаев реактивные фильтры реализуются в виде лестничных схем, для которых должны выполняться дополнительные условия схемной реализуемости:

а) нули операторной функции передачи расположены на мнимой оси плоскости комплексной переменной « p »;

б) для лестничных LC-четырёхполюсников без элементов взаимной индуктивности коэффициенты числителя передаточной функции неотрицательны и не превосходят соответствующих коэффициентов знаменателя. При этом степень числителя должна быть меньше степени знаменателя.

При $p = j\omega$ имеем комплексную рабочую передаточную функцию

$$H(j\omega) = \frac{2\dot{U}_2}{\dot{U}_1} \sqrt{\frac{R_1}{R_2}} = |H(j\omega)| \exp(j\Theta(\omega)), \quad (2)$$

где $\dot{U}_1 = U_1 \exp(j\varphi_1)$; $\dot{U}_2 = U_2 \exp(j\varphi_2)$ – комплексы соответствующих напряжений; $|H(j\omega)| = U_2/U_1$ – амплитудно-частотная характеристика (АЧХ); $\Theta(\omega) = \varphi_2 - \varphi_1$ – фазо-частотная характеристика (ФЧХ).

Согласно (2) квадрат модуля комплексной рабочей передаточной функции является коэффициентом использования мощности источника и для классических LC-фильтров может быть представлен в следующем виде:

$$|H(j\omega)|^2 = \frac{P_2}{P_{2\max}} = \left[\frac{1}{1 + \varepsilon^2 \psi^2(\omega)} \right], \quad (3)$$

где $P_2 = U_2^2/R_2$ – мощность в нагрузке; $P_{2\max} = U_1^2/4R_1$ – максимальная мощность, которая может быть передана от источника с сопротивлением R_1 в нагрузку. Очевидно, что (3) не может быть больше 1. При этом рабочее затухание (ослабление) фильтра, дБ,

$$a(\omega) = 10 \lg |H(j\omega)|^{-2} = 10 \lg [1 + \varepsilon^2 \psi^2(\omega)], \quad (4)$$

где коэффициент $\varepsilon^2 = (10^{0,1\Delta a} - 1)$ и определяет допустимое отклонение от нуля Δa рабочего затухания в полосе пропускания; $\psi(\omega)$ – нормированная четная или нечетная функция частоты (функция фильтрации), модуль которой в полосе пропускания не должен превышать 1, а в полосе задерживания должен принимать как можно большие значения.

Требования к электрическим характеристикам фильтров задаются в виде допустимых пределов изменения этих характеристик. Так рабочее затухание в полосе пропускания не должно превышать некоторого допустимого значения Δa , а в полосе задерживания не должно быть ниже некоторого значения a_0 . Для фильтров, используемых в мощных радиопередающих и преобразовательных устройствах, значения Δa находятся в пределах (3–0,001) дБ, а значения a_0 могут быть (20–100) дБ. На рис. 2 эти требования изображены графически для фильтра нижних частот (ФНЧ), где ω_0 и ω_k – граничные частоты полос пропускания и задерживания.

При этом можно определить некоторое множество вариантов фильтров, которые будут удовлетворять заданным требованиям и будут иметь различные по виду характеристики затухания. Кроме этого, различными

будут такие характеристики фильтров как ФЧХ, ГВЗ, переходная, импульсная, а также показатели эффективности: параметрическая чувствительность (стабильность), масса, габариты, потери энергии и другие.

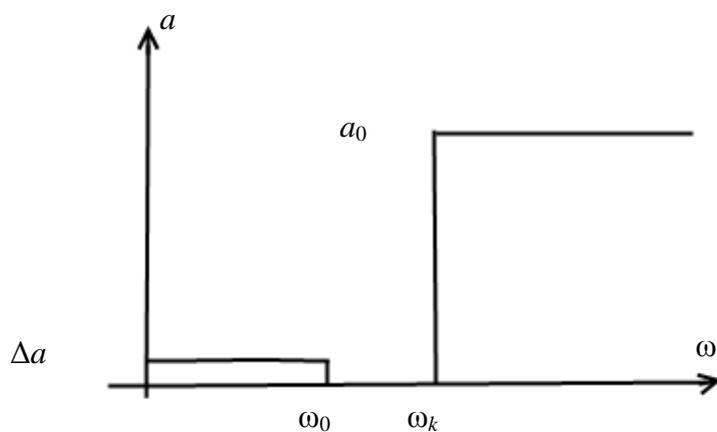


Рис. 2. Требования к характеристике затухания ФНЧ

Критерием выбора окончательного варианта фильтра могут быть указанные показатели.

3. ФИЛЬТРЫ ЧЕБЫШЕВА И ЗОЛОТАРЕВА – КАУЭРА

Фильтры с аппроксимирующими функциями в виде полиномов Чебышева

Далее будем рассматривать нормированные частоты $\Omega = \omega/\omega_0$. При этом нормированные граничные частоты полосы пропускания $\Omega_0 = 1$, а полосы задерживания $\Omega_k = \omega_k/\omega_0$.

Фильтры Чебышева – это фильтры с равноволновой характеристикой затухания в полосе пропускания и монотонно возрастающей в полосе задерживания [1, 2] (рис. 3). В качестве функции фильтрации в данном типе фильтров используются полиномы Чебышева $\psi(\Omega) = T_n(\Omega)$.

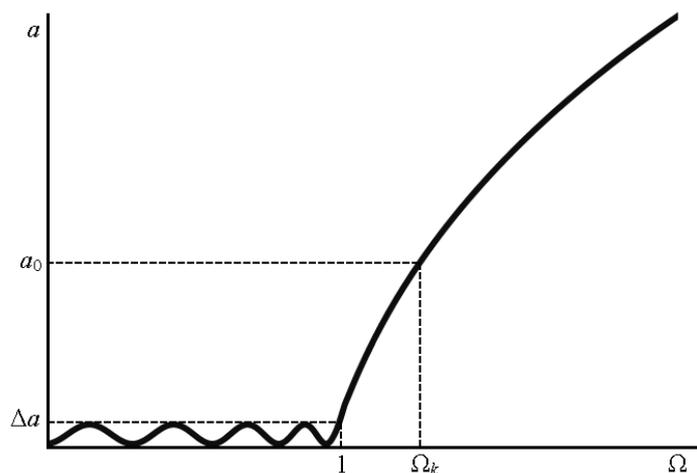


Рис. 3. Характеристика затухания ФНЧ Чебышева

Полином Чебышева в тригонометрической форме имеет вид $T_n(\Omega) = \cos(n \cdot \arccos \Omega)$. Очевидно, $T_0(\Omega) = 1$, $T_1(\Omega) = \Omega$. Для определения полиномов при других значениях n можно воспользоваться рекуррентной формулой [1]: $T_n(\Omega) = 2\Omega T_{n-1}(\Omega) - T_{n-2}(\Omega)$.

Например, $T_2(\Omega) = 2\Omega^2 - 1$, $T_3(\Omega) = 2\Omega(2\Omega^2 - 1) - \Omega = 4\Omega^3 - 3\Omega$, и т. д.

При использовании в качестве функции фильтрации полиномов Чебышева (4) принимает вид

$$a = 10 \lg \left[1 + \varepsilon^2 T_n^2(\Omega) \right]. \quad (5)$$

Минимальная величина относительного затухания в полосе пропускания $a = 0$, максимальная $\Delta a = 10 \lg \left[1 + \varepsilon^2 \right]$, $\varepsilon = \sqrt{10^{0,1\Delta a} - 1}$.

Требуемый порядок ФНЧ Чебышева вычисляется по заданным Δa , a_0 и Ω_k из соотношения

$$n \geq \frac{\lg\left(C + \sqrt{C^2 - 1}\right)}{\lg\left(\Omega_k + \sqrt{\Omega_k^2 - 1}\right)}, \quad (6)$$

где

$$C = \sqrt{\frac{10^{0,1a_0} - 1}{10^{0,1\Delta a} - 1}}.$$

Фильтры с характеристиками Чебышева и Баттерворта называются полиномиальными, так как функции фильтрации этих фильтров являются полиномами. При реализации полиномиальных ФНЧ в ходе разложения в цепную дробь входного сопротивления в продольных ветвях лестничного четырехполюсника выделяются индуктивности, в поперечных – емкости, количество реактивных элементов определяется порядком фильтра n (рис. 4).

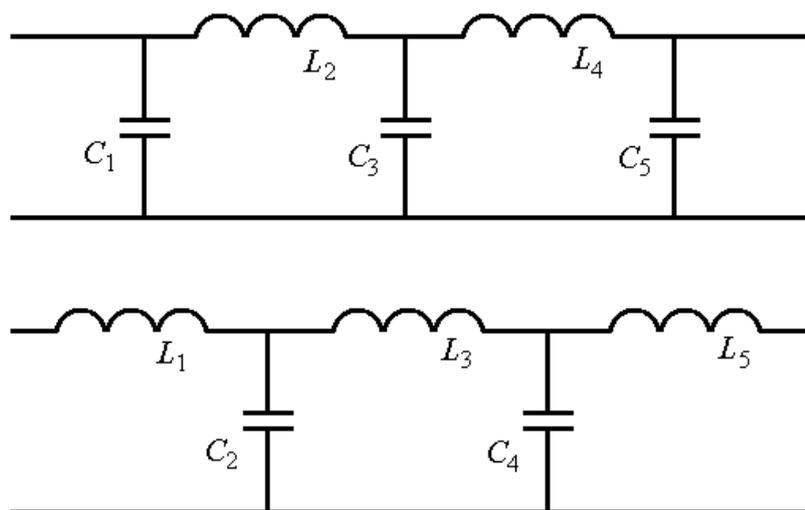


Рис. 4. Схемы полиномиальных ФНЧ пятого порядка

Отметим экстремальные свойства полиномиальных фильтров Чебышева в полосе задерживания: из всех полиномиальных ФНЧ равных порядков n и с одинаковой допустимой неравномерностью Δa характеристики затухания в полосе пропускания фильтры с характеристиками Чебышева имеют максимальное затухание при $\Omega > 1$.

Фильтры с аппроксимирующими функциями в виде дробей Золотарева

Фильтры Золотарева – это фильтры с равноволновой характеристикой в полосе пропускания и изоэкстремальной – в полосе задерживания с вспле-

сками затухания [1] (рис. 5). В качестве функции фильтрации используется дробь Золотарева и (4) для ФНЧ Золотарева можно представить в виде

$$a = 10 \lg \left[1 + \varepsilon^2 R_n^2(\Omega) \right], \quad (7)$$

где $R_n(\Omega)$ – дробь Золотарева.

При этом для четных n

$$R_n(\Omega) = H_1 \prod_{\nu=1}^{0,5n} \frac{1 - \Omega^2}{k^2 \Omega_\nu^2 - \Omega^2}$$

и для нечетных n

$$R_n(\Omega) = H_1 \Omega \prod_{\nu=1}^{0,5(n-1)} \frac{1 - \Omega^2}{k^2 \Omega_\nu^2 - \Omega^2},$$

где $H_1 = \prod_{(\nu)} \frac{\Omega_\nu^2 - 1}{\frac{1}{k^2 \Omega_\nu^2} - 1}$ – нормирующий коэффициент, Ω_ν – частоты всплесков затухания, $k = 1/\Omega_k$.

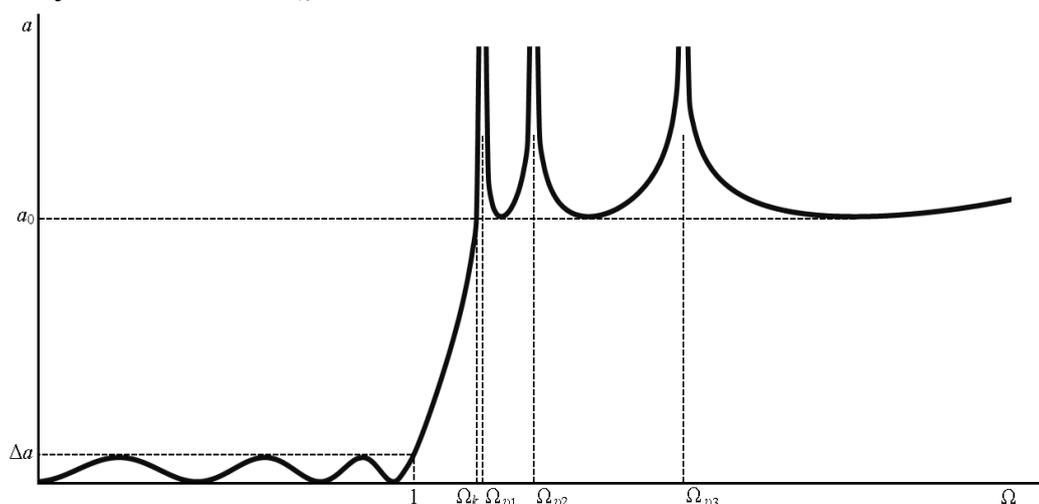


Рис. 5. Характеристика затухания ФНЧ Золотарева седьмого порядка

Заметим, что дробь Золотарева и затухание обращаются в бесконечность на частотах $\pm \Omega_\nu$ (полюсы дроби) и равны нулю на частотах $\pm 1/k\Omega_\nu$ (нули дроби). Все нули дроби Золотарева сосредоточены в интервале $-1 \leq \Omega \leq 1$ и обеспечивают равноволновый характер затухания в полосе пропускания. Полюсы расположены при $|\Omega| \geq \Omega_k = 1/k$, причем в этой области обратная функция по отношению к дроби Золотарева имеет равноволновый характер и минимальные значения отклонения от нуля, что обеспечивает изоэкстремальный характер затухания в полосе задерживания.

Экстремальные свойства характеристики затухания фильтров Золотарева в полосе задерживания в том, что при частотах $\Omega \geq \Omega_k$ наименьшее значение затухания будет максимально возможным по сравнению со всеми другими фильтрами с одинаковыми n , и Δa .

Полюсы дроби Золотарева, а также нули и полюсы функции передачи определяются в аналитической форме через эллиптические функции Якоби, поэтому рассматриваемые фильтры часто называют эллиптическими. Фильтры Золотарева называют также фильтрами Кауэра, который впервые использовал дроби Золотарева в качестве функций фильтрации. В дальнейшем эти фильтры будем называть фильтрами Золотарева–Кауэра, как принято в отечественной литературе.

Значение порядка n ФНЧ Золотарева–Кауэра вычисляется как ближайшее целое число, удовлетворяющее неравенству

$$n \geq \frac{0,230259 \cdot a_0 + 4 \cdot \ln 2 - \ln(10^{0,1\Delta a} - 1)}{b + \ln 2}, \quad (8)$$

где

$$b = \ln \left(\frac{1 + \sqrt{k'}}{1 - \sqrt{k'}} \right), \quad k' = \sqrt{1 - k^2}, \quad k = \frac{1}{\Omega_k}.$$

Схемы лестничных ФНЧ Золотарева–Кауэра седьмого порядка ($n = 7$ и три всплеска затухания в полосе задерживания) приведены на рис. 6. В этих схемах резонансные частоты контуров совпадают с частотами всплесков затухания.

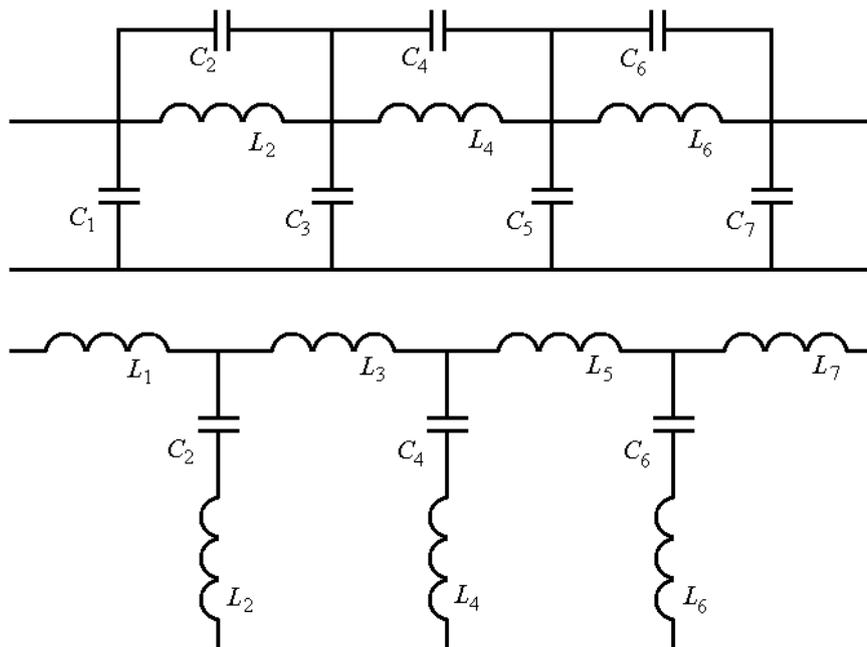


Рис. 6. Схемы ФНЧ Золотарева–Кауэра седьмого порядка

В первой схеме сопротивление параллельных контуров принимает бесконечно большое значение на резонансных частотах. В результате на этих частотах происходит обрыв продольных ветвей фильтра и сигнал от генератора в нагрузку не поступает, что соответствует бесконечно большому затуханию. Во второй схеме сопротивление последовательных контуров обращается в нуль на резонансных частотах, поперечные ветви закорачивают нагрузку и получается тот же результат, что и в первой схеме.

Табличный метод расчета LC-фильтров

В инженерной практике широко используются справочники по расчету реактивных фильтров, в которых приведены номограммы для расчета порядка различных фильтров, таблицы параметров элементов лестничных схем ФНЧ, нули, полюсы соответствующих передаточных функций и другие сведения. Охвачены практически все встречающиеся значения порядка n , типовые значения неравномерности затухания Δa и граничной частоты Ω_k гарантированного затухания a_0 . Мы будем использовать наиболее полный справочник Д. Заала [2].

При составлении таблиц для расчета ФНЧ используется нормирование по частоте и по сопротивлению так, что нормированная частота $\Omega = \omega/\omega_0$ выражается в единицах граничной частоты ω_0 , а сопротивление всех элементов – в единицах сопротивления генератора R_1 . При этом нормированные величины являются безразмерными. Нормированные параметры элементов обозначим малыми буквами r , l и c . Переход от нормированных к реальным параметрам осуществляется по формулам [2]:

$$R = r \cdot R_1; \quad L = l \cdot \frac{R_1}{\omega_0}; \quad C = c \cdot \frac{1}{R_1 \cdot \omega_0}. \quad (9)$$

При переходе к реальной частоте нормированное значение умножается на ω_0 .

4. ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ И ПОКАЗАТЕЛИ ЭФФЕКТИВНОСТИ LC-ФИЛЬТРОВ

В мощных радиотехнических и преобразовательных устройствах широко используются реактивные фильтрующие цепи. В большинстве случаев необходимо не только обеспечить заданные требования к частотным характеристикам фильтрующих цепей, но также минимизировать их вес, габаритные размеры, потери энергии и стоимость. В большинстве случаев масса, габариты и стоимость емкостей C и катушек индуктивности L различных преобразовательных цепей определяются запасаемой в них энергией. Максимальная реактивная энергия элементов в режиме гармонических колебаний определяется следующими соотношениями:

$$W_{C\max} = 0,5U_m^2C = U^2C; W_{L\max} = 0,5I_m^2L = I^2L, \quad (10)$$

где $I_m(I)$, $U_m(U)$ – амплитудные (действующие) значения тока и напряжения.

Массогабаритные показатели конденсаторов и катушек индуктивности определяются по их удельным энергоемкостям γ_C и γ_L , которые представляют собой отношения номинальной накапливаемой энергии к массам или габаритным объемам конденсаторов или дросселей. Значения удельных энергоемкостей зависят от конструкции реактивного элемента, его добротности, а также от номинальной запасаемой энергии. Для определенных типов реактивных элементов удельные энергоемкости приводятся в справочниках.

В большинстве случаев фильтрующие цепи мощных радиопередающих устройств выполняются из однотипных конденсаторов и из однотипных катушек индуктивностей. Исходя из этого можно принять, что для всех конденсаторов удельные энергоемкости одинаковы и равны γ_C^G Дж/кг или γ_C^V Дж/м³ (номинальная накапливаемая энергия, отнесенная к единице веса или к единице объема). Аналогично – для всех индуктивностей γ_L^G и γ_L^V .

Таким образом, полную массу G и полный объем V фильтрующей цепи можно оценить с помощью следующих соотношений:

$$G = W_C/\gamma_C^G + W_L/\gamma_L^G; V = W_C/\gamma_C^V + W_L/\gamma_L^V, \quad (11)$$

где $W_C = \sum_{i=1}^{N_C} U_i^2 C_i$; $W_L = \sum_{k=1}^{N_L} I_k^2 L_k$ – суммарные максимальные реактивные энергии.

Для справки: широко используемые в мощных радиотехнических устройствах высоковольтные керамические конденсаторы емкостью 1500–10000 пФ

имеют удельные энергоемкости по объему $\gamma_C^V = 650\text{--}1000 \text{ Дж/м}^3$ и по весу $\gamma_C^G = 0,3\text{--}0,4 \text{ Дж/кг}$. Для применяемых в указанных устройствах цилиндрических катушек индуктивности $\gamma_L^V = 30 \text{ Дж/м}^3$ и $\gamma_L^G = 0,15 \text{ Дж/кг}$.

Рассмотрим КПД фильтрующей цепи

$$\eta = \frac{P_H}{P_{\text{ВХ}}}, \quad (12)$$

где P_H – мощность в нагрузке фильтра; $P_{\text{ВХ}} = P_H + P_{\text{П}}$ – мощность на входе фильтра; $P_{\text{П}}$ – мощность потерь.

Потери в элементах фильтрующей цепи влияют не только на ее частотные функции, но и на массогабаритные показатели. Оценка потерь в элементах производится по их добротностям (Q) или по коэффициентам (d) потерь $d_i = G_i/\omega_0 C_i = 1/Q_C$ и $d_k = R_k/\omega_0 L_k = 1/Q_L$, где $G_i = 1/R_i$ – проводимость потерь конденсатора C_i ; R_k – сопротивление потерь катушки L_k ; ω_0 – граничная частота полосы пропускания ФНЧ. На рис. 7 приведены простейшие схемы замещения реактивных элементов с потерями.

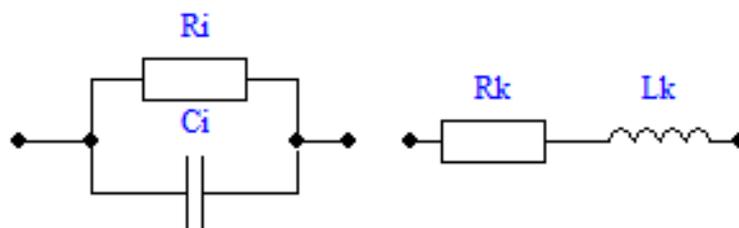


Рис. 7. Элементы LC-фильтра с учетом потерь

В большинстве случаев рассматривают полуоднородные потери, когда для всех емкостей $d_i = d_C$ и для всех индуктивностей $d_k = d_L$. Тогда мощность потерь в элементах фильтрующей цепи

$$\begin{aligned} P_{\text{П}} &= \sum_{i=1}^{N_C} U_i^2 G_i + \sum_{k=1}^{N_L} I_k^2 R_k = \\ &= \omega_0 d_C \sum_{i=1}^{N_C} U_i^2 C_i + \omega_0 d_L \sum_{k=1}^{N_L} I_k^2 L_k = (d_L W_L + d_C W_C) \omega_0. \end{aligned} \quad (13)$$

Подставляя (13) в (12) получаем

$$\eta = \frac{P_H}{P_H + P_{\text{П}}} = \frac{P_H}{P_H + (d_L W_L + d_C W_C) \omega_0} = \frac{1}{1 + \tilde{W}_L d_L + \tilde{W}_C d_C}, \quad (14)$$

где $\tilde{W}_L = \frac{W_L \omega_0}{P_H}$ – относительная суммарная энергия, запасенная в катушках

индуктивности; $\tilde{W}_C = \frac{W_C \omega_0}{P_H}$ – относительная суммарная энергия, запасенная в конденсаторах.

Относительная суммарная реактивная энергия показывает, во сколько раз суммарная реактивная мощность превышает среднюю мощность, потребляемую нагрузкой.

Как было указано, потери в элементах могут существенно исказить характеристику затухания, особенно в полосе пропускания. При этом неравномерность затухания Δa в полосе пропускания может существенно превысить номинальную величину. Поэтому Δa изначально задают с определенным запасом. Можно показать, что приращение a_{Π} затухания, обусловленное потерями в элементах, пропорционально коэффициентам потерь и суммарной реактивной энергии и для рассматриваемых фильтров с достаточной степенью точности определяется соотношением

$$a_{\Pi}(\omega) = \frac{W(\omega) \cdot \omega_0}{P_{2\max}} \cdot (d_C + d_L) \cdot 2,17, \quad (15)$$

где $W = W_L + W_C$.

Таким образом, энергетические функции реактивных фильтрующих цепей определяют их важнейшие эксплуатационные характеристики, а именно, массу, габариты, влияние потерь, КПД и являются адекватными показателями их эффективности.

5. ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

Рассмотрим два свойства энергетических функций LC -фильтров, которые позволяют сделать ряд важных выводов [3].

Свойство 1. Для классических реактивных ФНЧ Баттерворта, Чебышева и Золотарева – Кауэра с двухсторонней нагрузкой функция $W = W_L + W_C$ максимальной суммарной запасенной энергии определяется соотношением

$$W = W_c + W_L = 2P_{2\max} \tau(\omega), \quad (16)$$

где W_L и W_C даны в (10), $\tau(\omega)$ – функция группового времени задержки (ГВЗ).

Свойство 2. Для классических реактивных ФНЧ с согласованными (одинаковыми) нагрузками максимальные в полосе пропускания (т. е. в рабочей области) значения W_{Lm} , W_{Cm} , $W_m = W_{Lm} + W_{Cm}$ суммарных энергетических функций имеют место на частоте среза или вблизи нее и с достаточной для практики точностью определяются соотношениями:

$$W_{Cm} \approx W_{Lm} \approx (W_m/2) = P_{2\max} \tau_{\max}. \quad (17)$$

Таким образом, максимальная запасаемая энергия пропорциональна ГВЗ фильтра. Для минимально фазовых фильтров ГВЗ однозначно связано с АЧХ, и обе эти функции определяются комплексной функцией передачи. Поэтому суммарные максимальные реактивные энергии по существу однозначно определяются функцией передачи и не зависят от реализующей схемы четырехполюсника (лестничная, мостовая или любая другая).

В большинстве практических случаев задается не функция передачи, а лишь требования к основным параметрам ее АЧХ и ФЧХ. Для фильтрующих цепей, как правило, задаются требования к характеристике затухания, а именно, неравномерность затухания Δa в полосе пропускания и гарантированное затухание a_0 в полосе задерживания. Поэтому остается возможность варьирования вида аппроксимирующей функции и, следовательно, изменения накапливаемой в цепи энергии.

Для селективных АЧХ функция ГВЗ имеет вполне определенный вид. Типичный характер этой функции для указанных выше фильтров нижних частот показан на рис. 8.

В полосе пропускания фильтра ($0 \leq \omega \leq \omega_0$) функция ГВЗ возрастает и принимает максимальное значение, как правило, на граничной частоте $\omega = \omega_0$. При этом экстремальное значение ГВЗ находится вблизи граничной частоты и в большинстве случаев за пределами полосы пропускания фильтра. Максимальное значение, как правило, находится на граничной частоте $\omega = \omega_0$. Поэтому для уменьшения ГВЗ и реактивной энергии можно рекомендовать

использовать ФНЧ на основе дробей Чебышева с верхней частотой широкополосного сигнала, меньше граничной частоты пропускания. Это приведет к смещению граничной частоты полосы задерживания, и, следовательно, к увеличению числа элементов фильтра, но позволит получить меньшие массу и габариты.

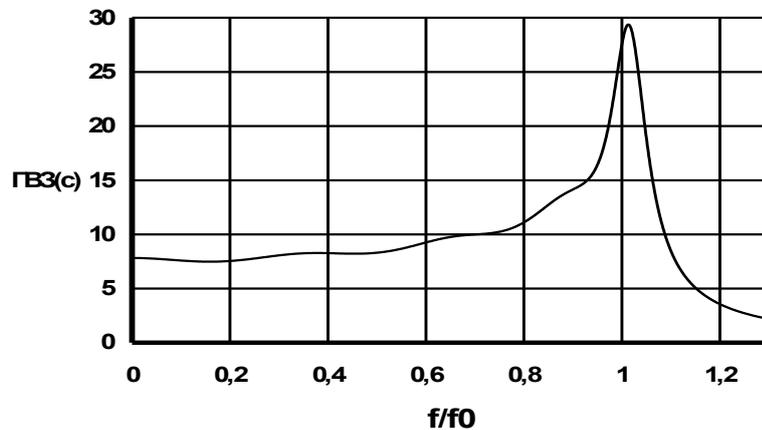


Рис. 8. Функция ГВЗ для фильтра нижних частот

Другой путь уменьшения реактивной энергии состоит в определении или корректировке какой-то данной аппроксимирующей функции фильтрации так, чтобы при заданных требованиях к АЧХ иметь минимально возможное ГВЗ или реактивную энергию. В связи с этим классический синтез фильтров, предусматривающий минимизацию числа элементов, не позволяет получить фильтр, оптимальный по массогабаритным и энергетическим характеристикам, так как данные характеристики непосредственно не связаны с числом элементов фильтра.

Рассматриваемые свойства значительно упрощают анализ и минимизацию энергетических функций, так как позволяют вести расчет реактивной энергии по функции ГВЗ, не прибегая к расчету токов и напряжений на элементах реактивного четырехполюсника.

6. ПРИМЕР РАСЧЕТА

Рассмотрим расчет и анализ LC-фильтров по следующим исходным данным:

- $f_0 = 17$ кГц – граничная частота полосы пропускания ФНЧ;
- $\Omega_k = f_k/f_0 = 1,4$. Следовательно, $f_k = 23,8$ кГц – граничная частота полосы задерживания ФНЧ;
- $\Delta a = 0,28$ дБ – неравномерность затухания в полосе пропускания;
- $a_0 = 40$ дБ – гарантированное затухание в полосе задерживания;
- $P_{2\max} = (U_1)^2/4R_1 = 9,6$ кВт – максимальная мощность в нагрузке.

Следовательно, при $R_1 = R_2 = 600$ Ом напряжение генератора $U_1 = 4800$ В (рис. 1).

Дополнительные данные такие же, как в задании к курсовой работе.

1. *Определение порядка и параметров элементов лестничной схемы LC-фильтров.*

Будем использовать табличный метод расчета и [2]. Порядок фильтров можно определить по (6) и (8) или по диаграммам [2, с. 23, 25]. Согласно заданным Δa , a_0 и Ω_k получаем: для ФНЧ Чебышева $n = 8$ и для Золотарева – Кауэра $n = 5$.

Лестничные схемы фильтров приведены на рис. 9 и 10, а нормированные ([2, с. 395, 199]) и реальные (рассчитаны по (9)) параметры элементов приведены в табл. 2 и 3.

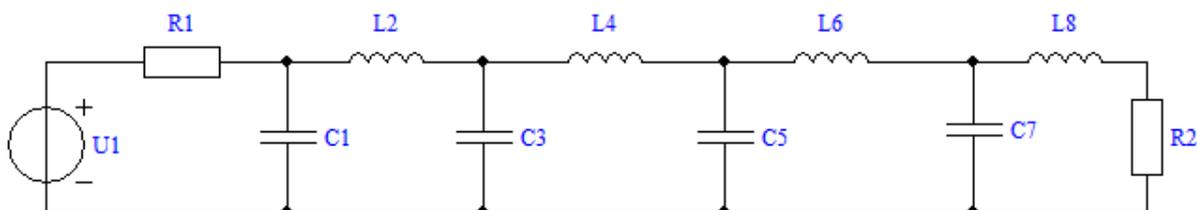


Рис. 9. ФНЧ Чебышева

Таблица 2

| Параметры | C_1 | L_2 | C_3 | L_4 | C_5 | L_6 | C_7 | L_8 | $R_1 = R_2$ |
|---------------------------|---------|--------|---------|---------|---------|---------|---------|--------|-------------|
| Нормированные | 1,3398 | 1,5079 | 2,0189 | 1,8444 | 1,8444 | 2,0189 | 1,5079 | 1,3398 | 1 |
| Реальные (нФ, мГн, Ом) | 20,9161 | 8,4702 | 31,5177 | 10,3604 | 28,7935 | 11,3406 | 23,5403 | 7,5259 | 600 |

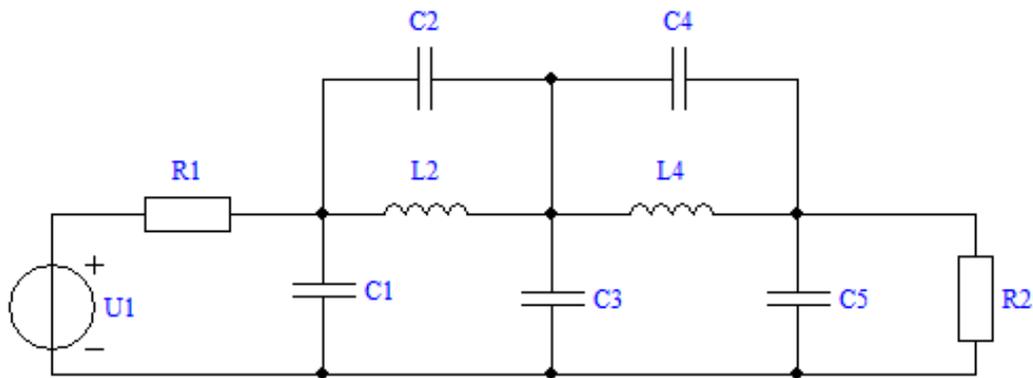


Рис. 10. ФНЧ Золотарева – Кауэра

Таблица 3

| Параметры | C_1 | L_2 | C_2 | C_3 | L_4 | C_4 | C_5 | $R_1 = R_2$ |
|---------------------------|---------|--------|--------|---------|--------|--------|---------|-------------|
| Нормированные | 1,2989 | 1,1318 | 0,1968 | 1,8122 | 0,8451 | 0,5709 | 1,0359 | 1 |
| Реальные (нФ, мГн, Ом) | 20,2776 | 6,3575 | 3,0723 | 28,2909 | 4,7409 | 8,9125 | 16,1718 | 600 |

Для сравнительного анализа в табл. 4 для рассчитанных фильтров приведены: порядок и число элементов, суммарные емкости и индуктивности. Эти данные в некоторой степени характеризуют массогабаритные показатели фильтров.

Таблица 4

| ФНЧ | n | N | C_{Σ} , нФ | L_{Σ} , мГн |
|------------|-----|-----|-------------------|--------------------|
| Чебышева | 8 | 8 | 104,7676 | 37,6971 |
| Золотарева | 5 | 7 | 76,7251 | 11,0984 |

Как видно, ФНЧ Золотарева – Кауэра имеет в 1,36 раза меньше суммарную емкость и в 3,4 раза меньше суммарную индуктивность. При этом оба фильтра удовлетворяют заданным требованиям к характеристике затухания.

2. Характеристика затухания фильтров.

Моделирование и расчет характеристик фильтров будем производить по программе моделирования электрических цепей «Factmean». Описание и инструкция к программе имеются на сайте [4]. На рис. 11 и 12 представлены полученные характеристики затухания анализируемых фильтров. В полосе пропускания они имеют равноволновый характер, а в полосе задерживания при $f > 23,8$ кГц обеспечивается затухание более 41 дБ.

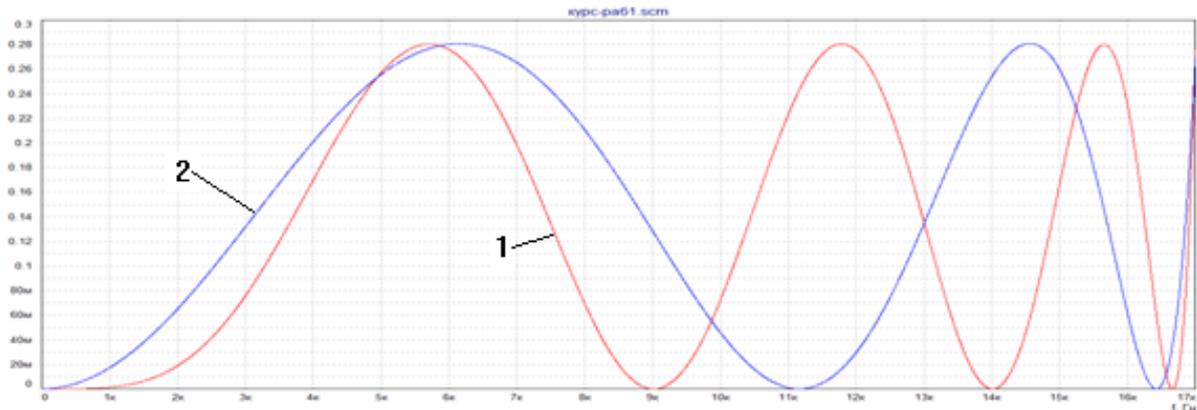


Рис. 11. Характеристики затухания фильтров Чебышева (1 – красная) и Золотарева (2 – синяя) в полосе пропускания

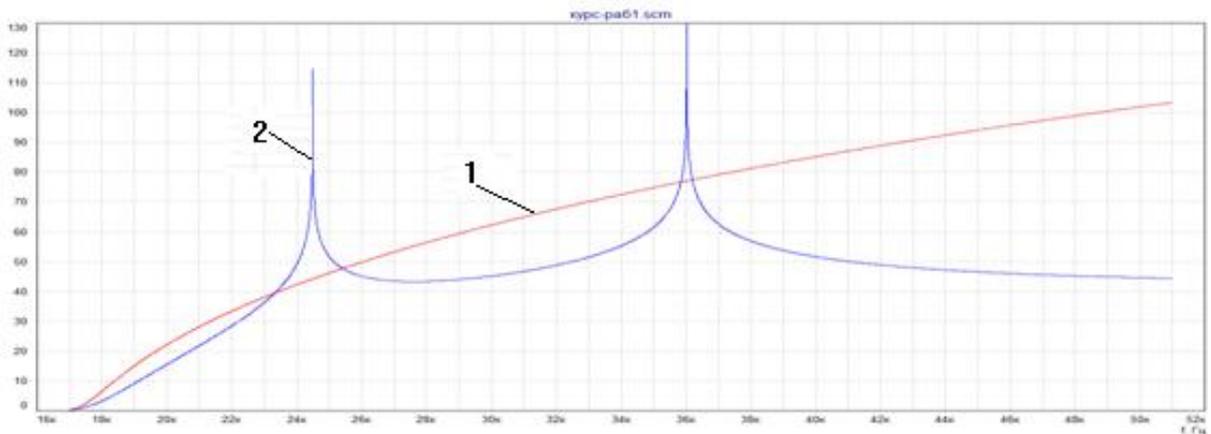


Рис. 12. Характеристики затухания фильтров Чебышева (1 – красная) и Золотарева (2 – синяя) в полосе задерживания.

3. Энергетические функции, масса и габаритные размеры.

Для расчета энергетических функций необходимо их сначала записать в формульном виде. В программе предусмотрены функции, определяемые пользователем [4]. Они размещаются на листе схемы в элементе «Текст», в котором первым должно быть ключевое слово «.define». Затем эти функции выводятся в виде графиков. Для примера ниже показано определение суммарных энергетических функций по емкостям и по индуктивностям схемы рис. 9.

```
.define
C1=20.9161н;C3=31.5177н;C5=28.7935н;C7=23.5403н;
L2=8.4702м;L4=10.3604м;L6=11.3406м;L8=7.5259м;
wc=(C1*mag(U(C1))^2+C3*mag(U(C3))^2+C5*mag(U(C5))^2+C7*mag(U(C7))^2);
wl=(L2*mag(I(L2))^2+L4*mag(I(L4))^2+L6*mag(I(L6))^2+L8*mag(I(L8))^2);
```

Заметим, что при расчете напряжение источника должно соответствовать заданной мощности в нагрузке, т. е. для рассматриваемого здесь примера, как было определено выше, $U_1 = 4800$ В. Результаты расчета приведены на рис. 13, где красными линиями (1) изображены функции для ФНЧ

Чебышева, а синими (2) – для ФНЧ Золотарева – Кауэра. В верхнем окне изображены суммарные энергетические функции по емкостям, в среднем окне – по индуктивностям, а в нижнем окне – функции ГВЗ. Необходимо отметить, что программа «Factmean» не позволяет производить прямой расчет ГВЗ, поэтому эта функция была рассчитана через суммарные энергетические функции согласно (16).

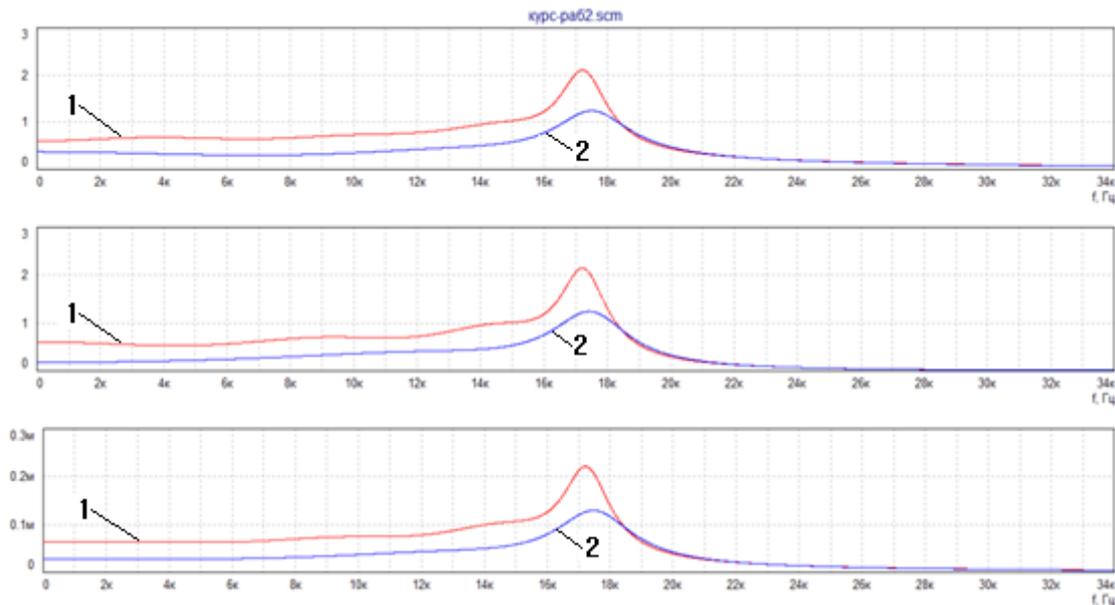


Рис. 13. Энергетические функции фильтров

Максимальные значения энергетических функций приходятся на граничную частоту $f = 17$ кГц и представлены в табл. 5.

Таблица 5

| ФНЧ | W_{Cm} Дж | W_{Lm} Дж | $W_m = W_{Lm} + W_{Cm}$ Дж | τ_m , мс | Вес, кг | Объем, м^3 |
|------------|----------------|----------------|-------------------------------|------------------|------------|------------------------|
| Чебышева | 2,03 | 2,06 | 4,09 | 0,213 | 20,5 | 0,072 |
| Золотарева | 1,14 | 1,16 | 2,3 | 0,12 | 11,5 | 0,04 |

В табл. 5 приведены также вес и объем компонентов рассматриваемых фильтров, которые рассчитаны согласно (11) по следующим формулам:

$$\text{вес} - G = \frac{W_{Cm}}{\gamma_C^G} + \frac{W_{Lm}}{\gamma_L^G} \text{ кг}; \quad \text{объем} - V = \frac{W_{Cm}}{\gamma_C^V} + \frac{\hat{W}_{Lm}}{\gamma_L^V} \text{ м}^3,$$

где \hat{W}_{Cm} и \hat{W}_{Lm} – максимальные в полосе пропускания суммарные реактивные энергии по емкостям и по индуктивностям (приведены в табл. 5); γ_C^G , γ_C^V , γ_L^G и γ_L^V – заданные удельные энергоемкости элементов.

На основании полученных результатов делаем вывод о том, что ФНЧ Золотарева – Кауэра по сравнению с ФНЧ Чебышева при прочих равных условиях имеет примерно в 1,8 раза меньшие энергетические показатели и, как следствие, во столько же раз меньше вес и габаритные размеры. Приведенные данные позволяют также убедиться в справедливости (16) и (17) для энергетических функций.

4. *Максимальные токи и напряжения на элементах в полосе пропускания.*

Эти данные необходимы для корректного выбора конденсаторов и расчета катушек индуктивности фильтра. Они также в какой-то мере характеризуют массу и габариты. Зависимости от частоты в полосе пропускания модулей токов и напряжений можно вывести в виде графиков при частотном анализе и с помощью линейки определить максимальные значения, которые, как правило, имеют место на граничной частоте.

В табл. 6 приведены максимальные (в полосе пропускания) относительные токи ($I_{C(L)}/I_2$) и напряжения ($U_{C(L)}/U_2$) на элементах фильтров, где I_2 и U_2 – действующие значения тока и напряжения в нагрузке. Заметим, что для рассматриваемого примера при передаче в нагрузку максимальной мощности $P_{2\max} = 9,6$ кВт, $U_2 = 2400$ В и $I_2 = 4$ А.

Таблица 6

| ФНЧ | Токи и напряжения ветвей | Номера ветвей | | | | | | | |
|------------|--------------------------|---------------|--------------------------------|------|-------------------------------|------|------|------|------|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| Чебышева | $U_{C(L)}/U_2$ | 1,22 | 3,22 | 2,14 | 4,22 | 2,17 | 3,68 | 1,67 | 1,34 |
| | $I_{C(L)}/I_2$ | 1,64 | 2,13 | 4,32 | 2,89 | 4,0 | 1,82 | 2,52 | 1,0 |
| Золотарева | $U_{C(L)}/U_2$ | 1,27 | 2,86 | 1,77 | 2,35 | 1,0 | | | |
| | $I_{C(L)}/I_2$ | 1,66 | 2,53(L_2) 0,56(C_2) | 3,21 | 2,8(L_4) 1,34(C_4) | 1,04 | | | |

Нумерация ветвей соответствует рис. 9 и 10. Если оценивать наибольшие значения относительных напряжений и токов, то для фильтра Чебышева они составляют 4,22 (по напряжению) и 4,32 (по току), а для ФНЧ Золотарева – Кауэра эти показатели снижаются почти в 1,5 раза и составляют 2,86 и 3,21 соответственно. Эти результаты также подтверждают снижение массы и габаритов элементов фильтрующей цепи.

5. *Переходная характеристика.*

Многие радиопередающие и преобразовательные устройства работают в импульсном (телеграфном) режиме. При проектировании таких устройств необходимо учитывать временные характеристики фильтрующих цепей, например, переходную (ПХ). На рис. 14 представлены переходные

характеристики анализируемых фильтров. Основными параметрами ПХ ФНЧ являются: время нарастания от уровня 0,1 до уровня 0,9 установившегося значения; время установления, т. е. время затухания свободных затуханий до определенного уровня; максимальный выброс и время задержки. Эти параметры позволяют судить о прохождении импульсных сигналов через фильтр. Как видно из рис. 14, время нарастания и максимальный выброс ПХ рассматриваемых фильтров мало различается, времена задержки установления у фильтра Золотарева – Кауэра значительно меньше.

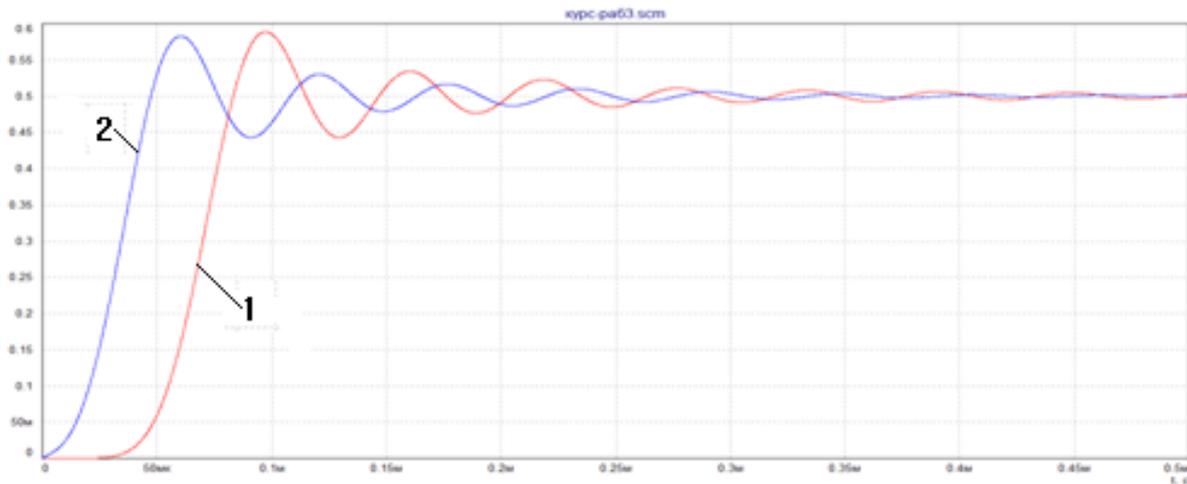


Рис. 14. Переходные характеристики фильтров Чебышева (1 – красная линия) и Золотарева – Кауэра (2 – синяя линия)

6. Влияние потерь в элементах, КПД фильтра.

При моделировании потерь в реактивных элементах они представляются схемами замещения, изображенными на рис. 7. При этом резисторы R_i , включаемые параллельно конденсатору C_i , рассчитываются по формуле $R_i = Q_C / \omega_0 C_i$, а резисторы R_k , включаемые последовательно с катушкой L_k , – по формуле $R_k = \omega_0 L_k / Q_L$.

На рис. 15 представлены полученные в результате моделирования функции рабочего затухания в полосе пропускания при заданных добротностях элементов для рассматриваемых ФНЧ (красная линия (1) – Чебышева, синяя (2) – Золотарева).

Номинальные (без учета потерь) функции, изображенные на рис. 11, имеет равноволновый характер, при этом минимальное значение затухания $a_{\min} = 0$, а максимальное – $a_{\max} = \Delta a_{\text{ном}} = 0,28$ дБ. При введении потерь происходит увеличение затухания в рабочей области, при этом $a_{\min} > 0$ и неравномерность затухания $\Delta a = a_{\max} - a_{\min}$ также увеличивается. Наибольшее приращение затухания в полосе пропускания, обусловленное потерями в элементах, имеет место на граничной частоте. Это приращение

можно рассчитать по формуле $a_{П\max} = a_{\max} - \Delta a_{\text{НОМ}}$. В табл. 7 наряду с неравномерностью Δa приведены минимальные и максимальные в полосе пропускания значения (a_{\min} и a_{\max}), а также $a_{П\max}$.

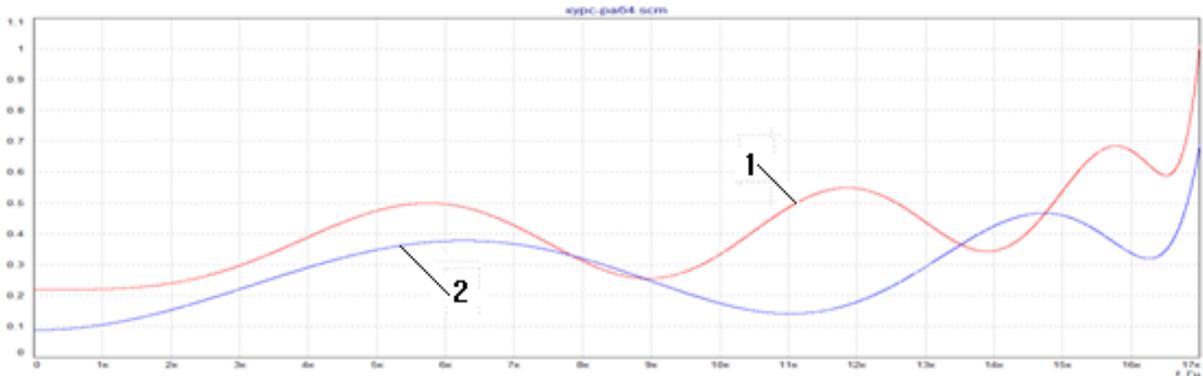


Рис. 15. Рабочее затухание фильтров с учетом потерь в элементах

Таблица 7

| ФНЧ | Q_L | Q_C | $\Delta a_{\text{НОМ}}$, дБ | a_{\max} , дБ | a_{\min} , дБ | Δa , дБ | $a_{П\max}$, дБ | КПД % |
|------------|-------|-------|---------------------------------|--------------------|--------------------|--------------------|---------------------|----------|
| Чебышева | 200 | 400 | 0,28 | 1,014 | 0,218 | 0,796 | 0,734 | 85,4 |
| Золотарева | 200 | 400 | 0,28 | 0,688 | 0,088 | 0,6 | 0,408 | 91,3 |

Потери в элементах приводят к увеличению a_{\max} , a_{\min} и неравномерности затухания Δa . Причем у ФНЧ Золотарева указанные величины существенно меньше, чем ФНЧ Чебышева при одинаковых добротностях элементов. Нетрудно проверить, что величины максимального приращения $a_{П\max}$, полученные при численном анализе и представленные в табл. 7, практически совпадают с рассчитанными по (15), в которую необходимо подставить максимальное значение суммарной энергии $W_m = W_{Lm} + W_{Cm}$ из табл. 5.

При учете потерь в элементах может несколько уменьшиться гарантированное затухание в полосе задерживания a_0 . В этих случаях необходимо предусмотреть запас по a_0 .

Потери в элементах снижают КПД фильтра, и по сравнению с фильтром без потерь он уже не равен 100%. В табл. 7 приведены эти значения, рассчитанные по (14) с использованием максимальных значений суммарных энергий W_{Lm} и W_{Cm} из табл. 5. Как и следовало ожидать, ФНЧ Золотарева – Кауэра по сравнению с ФНЧ Чебышева при прочих равных условиях имеет существенно выше КПД (меньшую мощность потерь).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Студент должен самостоятельно выполнить задание и составить пояснительную записку к курсовой работе. В пояснительной записке необходимо привести расчет и результаты моделирования LC-фильтров, которые должны сопровождаться необходимыми теоретическими сведениями, разъяснениями и выводами. В заключении студенту предлагается самостоятельно сделать краткое описание проделанной работы, сделать обобщающие выводы и рекомендации по результатам моделирования и сравнительного анализа.

Список литературы

1. *Белецкий, А. Ф.* Теория линейных электрических цепей / А. Ф. Белецкий. – М. : Лань, 2009. – 544 с.
2. *Зааль, Р.* Справочник по расчету фильтров / Р. Зааль ; пер. с нем. под ред. Н. Н. Слепова. – М. : Радио и связь, 1983. – 752 с.
3. *Дмитриков, В. Ф.* Повышение эффективности преобразовательных и радиотехнических устройств / В. Ф. Дмитриков, В. В. Сергеев, И. Н. Самылин. – М. : Радио и связь, Горячая линия – Телеком, 2005. – 424 с.
4. WWW.FASTMEAN.RU.

**Сергеев Валерий Варламович
Зайцева Зинаида Викторовна**

**ЭЛЕКТРОННЫЕ ЦЕПИ
И МЕТОДЫ ИХ РАСЧЕТА**

**Расчет LC-фильтров и сравнительный анализ
их показателей эффективности**

**Учебно-методическое пособие
по выполнению курсовой работы**

Редактор Е. Ю. Пономарева

Компьютерная верстка Н. А. Ефремовой

План издания 2016 г., п. 113

Подписано к печати 20.06.2016
Объем 1,75 усл.-печ. л. Тираж 12 экз. Заказ 693

Редакционно-издательский отдел СПбГУТ
191186 СПб., наб. р. Мойки, 61

Отпечатано в СПбГУТ