

МИНИСТЕРСТВО ЦИФРОВОГО РАЗВИТИЯ,  
СВЯЗИ И МАССОВЫХ КОММУНИКАЦИЙ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ  
БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ  
им. проф. М. А. БОНЧ-БРУЕВИЧА»  
(СПбГУТ)

---

**З. В. Зайцева  
Н. К. Логвинова**

# **ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ**

**УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ**

**СПб ГУТ)))**

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГ  
2022**

УДК 621.3.01(076)

ББК 31.21

3-17

Рецензенты:

кандидат технических наук,

доцент кафедры радиосвязи и радиовещания СПбГУТ

*Б. Г. Шамсиев,*

кандидат экономических наук, доцент, заместитель директора Института инновационных технологий в электротехнике и робототехнике по УМР, и. о. заведующего кафедрой программно-целевого управления в приборостроении Санкт-Петербургского государственного университета

аэрокосмического приборостроения

*Г. С. Армашова-Тельник*

*Утверждено редакционно-издательским советом СПбГУТ  
в качестве учебного пособия*

**Зайцева, З. В.**

3-17 Теоретические основы электротехники : учебное пособие / З. В. Зайцева, Н. К. Логвинова ; СПбГУТ. – Санкт-Петербург, 2022. – 118 с.

ISBN 978-5-89160-242-7

Приведены учебные задания, методические указания по их выполнению и теоретический материал в виде алгоритмов, формул, определений; примеры решения типовых задач, контрольные вопросы, список литературы.

Предназначено для организации самостоятельной работы при подготовке бакалавров и специалистов по техническим направлениям.

**УДК 621.3.01(076)**

**ББК 31.21**

ISBN 978-5-89160-242-7 © Зайцева З. В., Логвинова Н. К., 2022

© Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М. А. Бонч-Бруевича», 2022

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>ВВЕДЕНИЕ</b> .....	4
<b>1. МЕТОДЫ АНАЛИЗА РЕЗИСТИВНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ В РЕЖИМЕ ПОСТОЯННОГО ТОКА</b> .....	5
1.1. Метод эквивалентных преобразований .....	5
1.2. Метод наложения.....	11
1.3. Метод токов ветвей .....	17
1.4. Метод узловых напряжений .....	20
1.4.1. Метод узловых напряжений в резистивных цепях с источниками тока.....	22
1.4.2. Метод узловых напряжений в резистивных цепях с источниками тока и с источниками напряжения.....	28
1.5. Метод контурных токов .....	34
1.6. Метод эквивалентного генератора.....	41
Контрольные вопросы .....	46
<b>2. СИМВОЛИЧЕСКИЙ МЕТОД АНАЛИЗА ГАРМОНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ</b> .....	48
2.1. Комплексные сопротивления и проводимости пассивных двухполюсников.....	48
2.2. Символический метод анализа гармонических колебаний в разветвленных цепях .....	52
Контрольные вопросы .....	56
<b>3. ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ПЕРВОГО ПОРЯДКА. КОМПЛЕКСНЫЕ ПЕРЕДАТОЧНЫЕ ФУНКЦИИ</b> .....	58
3.1. Амплитудно-частотные и фазочастотные характеристики пассивных четырёхполюсников .....	59
3.2. Амплитудно-частотные и фазочастотные характеристики активных RC-цепей .	62
Контрольные вопросы .....	68
<b>4. РЕЗОНАНС В ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ. КОМПЛЕКСНЫЕ ПЕРЕДАТОЧНЫЕ ФУНКЦИИ И ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ КОНТУРОВ</b> .....	69
4.1. Параметры последовательного колебательного контура и его частотные характеристики .....	70
Контрольные вопросы .....	72
<b>5. КЛАССИЧЕСКИЙ МЕТОД АНАЛИЗА ПЕРЕХОНЫХ КОЛЕБАНИЙ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ</b> .....	73
5.1. Анализ переходных колебаний в разветвленных RC-цепях путем составления дифференциального уравнения .....	73
5.2. Анализ переходных колебаний в разветвленных RL-цепях путем составления дифференциального уравнения.....	77
Контрольные вопросы .....	80
<b>Приложение 1.</b> Методы анализа резистивных электрических цепей в режиме постоянного тока.....	81
<b>Приложение 2.</b> Символический метод анализа гармонических колебаний в электрических цепях.....	96
<b>Приложение 3.</b> Частотные характеристики электрических цепей первого порядка. Комплексные передаточные функции .....	102
<b>Приложение 4.</b> Резонанс в электрической цепи. Комплексные передаточные функции и частотные характеристики колебательных контуров .....	108
<b>Приложение 5.</b> Классический метод анализа переходных колебаний в электрических цепях.....	111
<b>СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ</b> .....	117

## ВВЕДЕНИЕ

Настоящее учебное пособие предназначено для студентов, изучающих дисциплину «Теоретические основы электротехники» (ТОЭ), и подготовлено в соответствии с действующей учебной программой.

Приведены учебные задачи и теоретический материал: алгоритмы, формулы, определения; примеры решения типовых задач; контрольные вопросы по каждой теме; список основной и дополнительной литературы.

Учебное пособие предназначено для самостоятельной работы студентов и способствует усвоению теоретического материала. Оно состоит из блоков заданий по пяти основным темам курса ТОЭ: методы анализа резистивных электрических цепей (ЭЦ) в режиме постоянного тока; символический метод анализа гармонических колебаний; частотные характеристики цепей первого порядка; резонанс в ЭЦ; классический метод анализа переходных колебаний в ЭЦ. Каждый блок заданий включает несколько разделов, отличающихся постановкой задач, способами их решения, особенностями рассматриваемых цепей.

Каждый раздел содержит 31 однотипную задачу одинакового уровня сложности с номером из трех чисел. Первое число – это номер блока заданий, второе – номер раздела в блоке, третье – номер задачи в разделе. Задачи в разделе имеют номера от 0 до 30. Задача с номером «0» является типовой, и ее решение позволяет раскрыть особенности решения остальных задач раздела. Ее объясняет студентам преподаватель на практическом занятии. Из задач с номерами от 1 до 30 нужно решить самостоятельно одну, соответствующую номеру варианта, который студент получает у преподавателя в начале семестра.

Для оказания помощи в самостоятельной работе студентов в учебном пособии в приложении приведены примеры подробного решения типовых задач.

В конце каждого блока заданий по изучаемым темам даны контрольные вопросы. При подготовке к ответам на них студент может оценить свой уровень знаний и степень подготовленности ко всем видам аттестации.

После решения задач своего варианта всех разделов блока студент проходит рубежный контроль. Последний состоит из решения задач по темам одного или нескольких блоков, которые дает преподаватель. Студент, выполнивший все задания блоков, успешно прошедший рубежный контроль, а также выполнивший и защитивший лабораторные работы, допускается к сдаче теоретического зачета.

# 1. МЕТОДЫ АНАЛИЗА РЕЗИСТИВНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ В РЕЖИМЕ ПОСТОЯННОГО ТОКА

При анализе используется согласный выбор положительных направлений напряжений и токов в ветвях анализируемых цепей.

## 1.1. Метод эквивалентных преобразований

Метод эквивалентных преобразований используется для расчета напряжений и токов ветвей электрических цепей (ЭЦ) с одним источником напряжения  $u_0$  или источником тока  $i_0$  с применением закона Ома и законов Кирхгофа.

Если цепь находится в режиме постоянного тока, то напряжение на зажимах любой индуктивности равно нулю, поскольку при  $i_L = \text{const}$   $u_L = L \frac{di_L}{dt} = 0$ . Если  $u_L = 0$ , а ток в индуктивности отличен от нуля, то это эквивалентно непосредственному соединению между собой зажимов, к которым присоединена индуктивность (рис. 1.1.1, а).

Точно так же равен нулю ток через любую емкость, поскольку  $u_C = \text{const}$ ,  $i_C = C \frac{du_C}{dt} = 0$ . Ток в емкости может быть равен нулю, когда разомкнуты зажимы элемента (рис. 1.1.1, б).

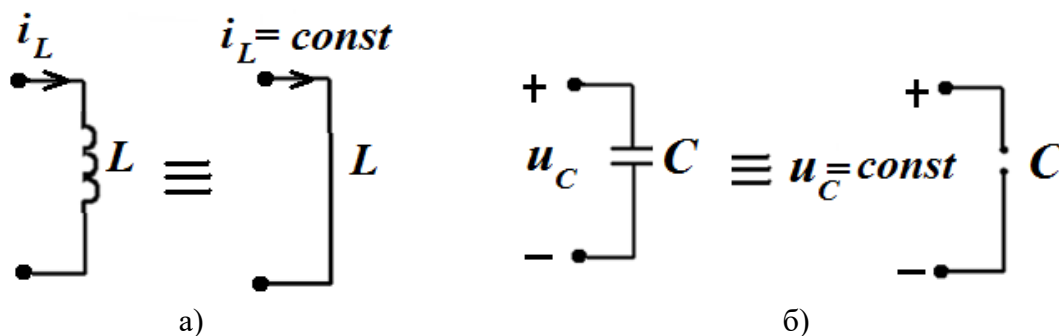


Рис. 1.1.1. Схемы замещения реактивных элементов в режиме постоянного тока: а) индуктивности; б) емкости

Таким образом, при расчете цепей в режиме постоянного тока нужно замкнуть между собой (накоротко) зажимы каждой индуктивности и разомкнуть зажимы каждой емкости, а затем находить искомые постоянные напряжения и токи в электрической цепи.

При выполнении задач 1.1.0–1.1.30 (табл. 1.1) рекомендуется следующая последовательность действий:

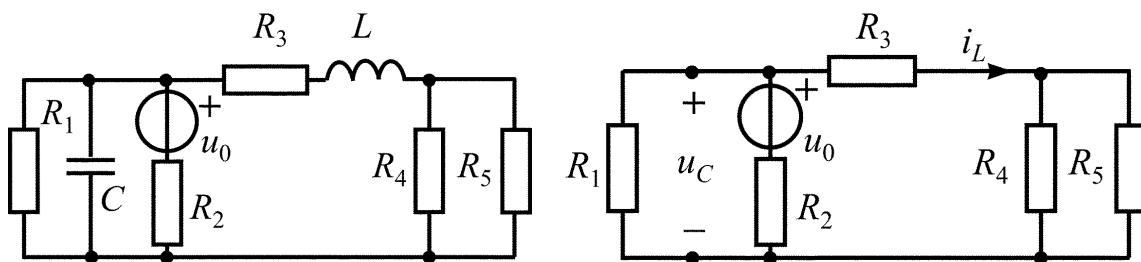
нарисуйте заданную схему цепи для ее расчета в режиме постоянного тока;

рассчитайте методом эквивалентных преобразований токи ветвей заданной цепи;

рассчитайте значения напряжения на емкости  $u_C$  и тока через индуктивность  $i_L$ ;

рассчитайте в джоулях энергию, запасенную в емкости  $W_C = \frac{Cu_C^2}{2}$  и в индуктивности  $W_L = \frac{Li_L^2}{2}$ .

Вариант 1.1.0

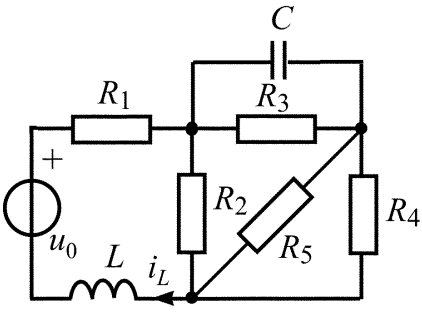
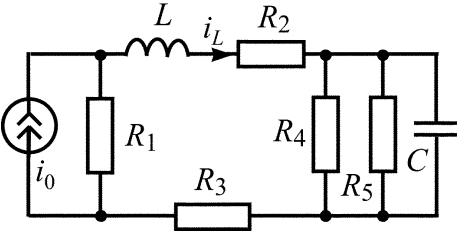
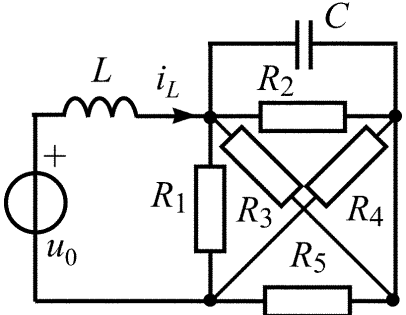
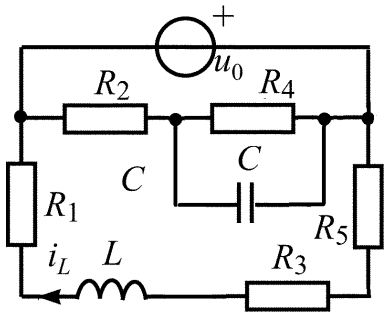
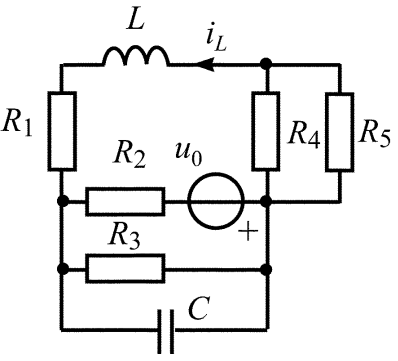
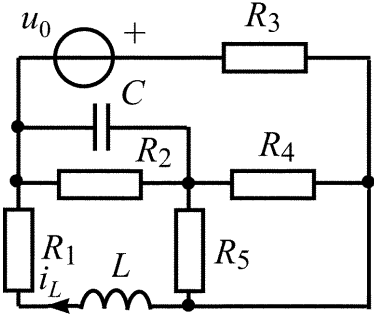


$u_0 = 10 \text{ В}; R_1 = 100 \text{ Ом}; R_2 = 50 \text{ Ом};$   
 $R_3 = 76 \text{ Ом}; R_4 = 40 \text{ Ом}; R_5 = 60 \text{ Ом};$   
 $C = 1 \text{ мкФ}; L = 1 \text{ мГн}$

Схема цепи  
в режиме постоянного тока

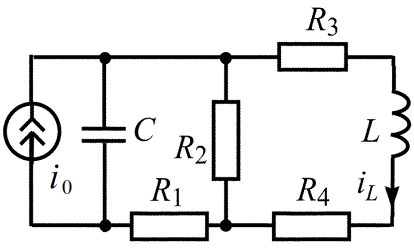
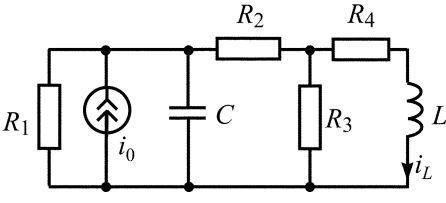
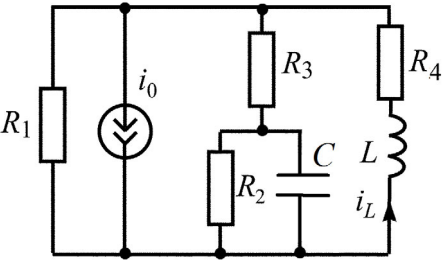
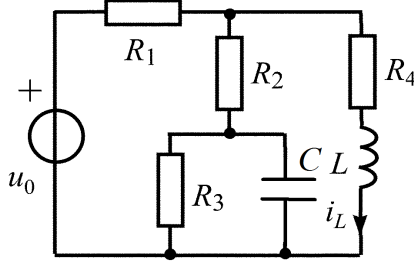
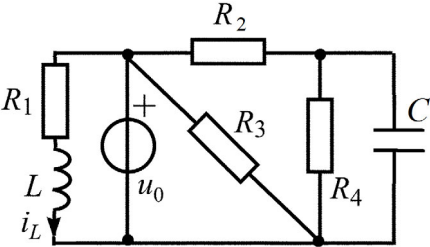
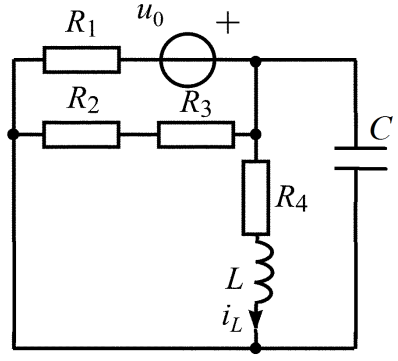
Таблица 1.1

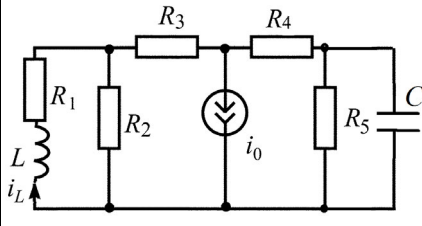
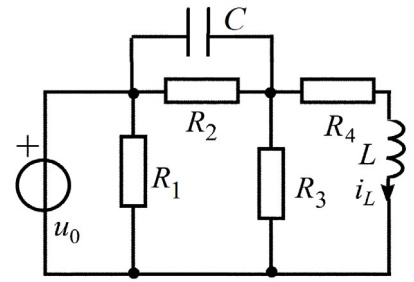
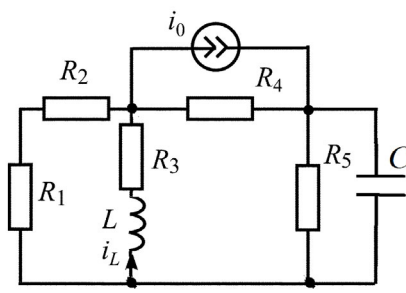
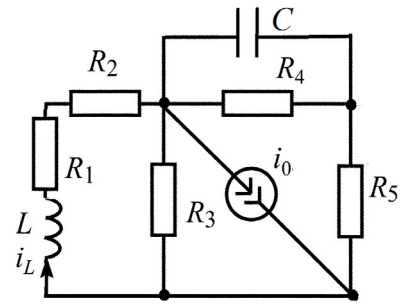
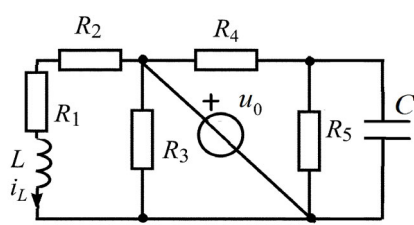
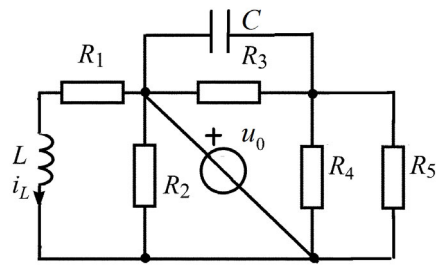
Вариант	Схема цепи	Вариант	Схема цепи
1.1.1	<p> <math>i_0 = 200 \text{ мА}; R_1 = 80 \text{ Ом};</math>  <math>R_2 = 140 \text{ Ом}; R_3 = 60 \text{ Ом};</math>  <math>R_4 = 38 \text{ Ом}; C = 1 \text{ мкФ};</math>  <math>L = 1 \text{ мГн}</math> </p>	1.1.2	<p> <math>i_0 = 0,4 \text{ А};</math>  <math>R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 50 \text{ Ом};</math>  <math>C = 1 \text{ мкФ}; L = 1 \text{ мГн}</math> </p>

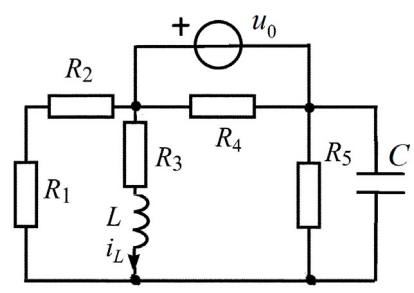
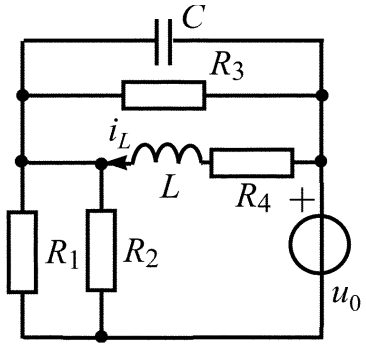
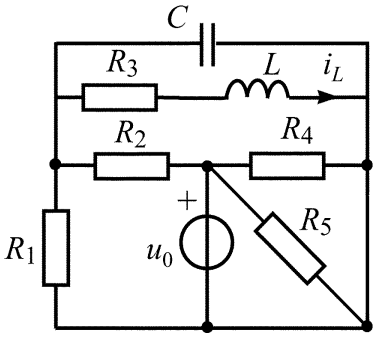
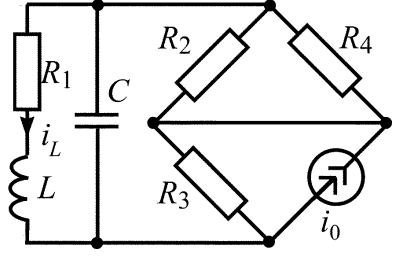
Вариант	Схема цепи	Вариант	Схема цепи
1.1.3	 <p> <math>u_0 = 10 \text{ В}; R_1 = 30 \text{ Ом};</math>  <math>R_2 = 40 \text{ Ом}; R_3 = 24 \text{ Ом};</math>  <math>R_4 = R_5 = 32 \text{ Ом}; C = 1 \text{ мкФ};</math>  <math>L = 1 \text{ мГн}</math> </p>	1.1.4	 <p> <math>i_0 = 200 \text{ мА}; R_1 = 12 \text{ кОм};</math>  <math>R_2 = R_3 = 4 \text{ кОм}; R_4 = R_5 = 8 \text{ кОм};</math>  <math>C = 0,1 \text{ мкФ}; L = 1 \text{ мГн}</math> </p>
1.1.5	 <p> <math>u_0 = 30 \text{ В}; R_1 = 300 \text{ Ом};</math>  <math>R_2 = R_3 = 200 \text{ Ом};</math>  <math>R_4 = R_5 = 400 \text{ Ом}; C = 1 \text{ мкФ};</math>  <math>L = 1 \text{ мГн}</math> </p>	1.1.6	 <p> <math>u_0 = 30 \text{ В}; R_1 = R_3 = R_5 = 40 \text{ Ом};</math>  <math>R_2 = R_4 = 60 \text{ Ом}; C = 1 \text{ мкФ};</math>  <math>L = 1 \text{ мГн}</math> </p>
1.1.7	 <p> <math>u_0 = 20 \text{ В}; R_1 = R_2 = 50 \text{ Ом};</math>  <math>R_3 = 100 \text{ Ом}; R_4 = R_5 = 100 \text{ Ом};</math>  <math>C = 0,1 \text{ мкФ}; L = 1 \text{ мГн}</math> </p>	1.1.8	 <p> <math>u_0 = 200 \text{ В}; R_1 = R_4 = R_5 = 6 \text{ кОм};</math>  <math>R_2 = 3 \text{ кОм}; R_3 = 2 \text{ кОм};</math>  <math>C = 0,01 \text{ мкФ}; L = 1 \text{ мГн}</math> </p>

Вариант	Схема цепи	Вариант	Схема цепи
1.1.9	<p> <math>i_0 = 20 \text{ мА}; R_1 = R_2 = R_3 = 200 \text{ Ом};</math>  <math>R_4 = R_5 = 100 \text{ Ом}; C = 1 \text{ мкФ};</math>  <math>L = 1 \text{ мГн}</math> </p>	1.1.10	<p> <math>u_0 = 10 \text{ В}; R_1 = 500 \text{ Ом};</math>  <math>R_2 = 250 \text{ Ом}; R_3 = 400 \text{ Ом};</math>  <math>R_4 = R_5 = 200 \text{ Ом}; C = 1 \text{ мкФ};</math>  <math>L = 1 \text{ мГн}</math> </p>
1.1.11	<p> <math>u_0 = 40 \text{ В}; R_1 = R_3 = 100 \text{ Ом};</math>  <math>R_2 = R_5 = 400 \text{ Ом}; R_4 = 150 \text{ Ом};</math>  <math>C = 1 \text{ мкФ}; L = 1 \text{ мГн}</math> </p>	1.1.12	<p> <math>u_0 = 40 \text{ В}; R_2 = 50 \text{ Ом};</math>  <math>R_5 = 200 \text{ Ом}; R_3 = 180 \text{ Ом};</math>  <math>R_1 = R_4 = 300 \text{ Ом}; C = 0,1 \text{ мкФ};</math>  <math>L = 1 \text{ мГн}</math> </p>
1.1.13	<p> <math>u_0 = 10 \text{ В}; R_1 = 50 \text{ Ом};</math>  <math>R_2 = 100 \text{ Ом}; R_3 = 20 \text{ Ом};</math>  <math>R_4 = R_5 = 160 \text{ Ом}; C = 1 \text{ мкФ};</math>  <math>L = 1 \text{ мГн}</math> </p>	1.1.14	<p> <math>u_0 = 24 \text{ В}; R_1 = 40 \text{ Ом};</math>  <math>R_2 = 10 \text{ Ом}; R_3 = 20 \text{ Ом};</math>  <math>R_4 = 50 \text{ Ом}; R_5 = 12 \text{ Ом};</math>  <math>C = 1 \text{ мкФ}; L = 1 \text{ мГн}</math> </p>



Вариант	Схема цепи	Вариант	Схема цепи
1.1.15	 <p> <math>i_0 = 80 \text{ мА}; R_1 = 150 \text{ Ом};</math>  <math>R_2 = 400 \text{ Ом}; R_3 = 300 \text{ Ом};</math>  <math>R_4 = 100 \text{ Ом}; C = 1 \text{ мкФ};</math>  <math>L = 1 \text{ мГн}</math> </p>	1.1.16	 <p> <math>i_0 = 100 \text{ мА}; R_1 = R_3 = 30 \text{ Ом};</math>  <math>R_2 = 18 \text{ Ом}; R_4 = 20 \text{ Ом};</math>  <math>C = 1 \text{ мкФ}; L = 1 \text{ мГн}</math> </p>
1.1.17	 <p> <math>i_0 = 80 \text{ мА}; R_1 = 200 \text{ Ом};</math>  <math>R_2 = 100 \text{ Ом}; R_3 = 300 \text{ Ом};</math>  <math>R_4 = 400 \text{ Ом}; C = 1 \text{ мкФ};</math>  <math>L = 1 \text{ мГн}</math> </p>	1.1.18	 <p> <math>u_0 = 30 \text{ В}; R_1 = 150 \text{ Ом};</math>  <math>R_2 = 20 \text{ Ом}; R_3 = 80 \text{ Ом};</math>  <math>R_4 = 100 \text{ Ом}; C = 1 \text{ мкФ};</math>  <math>L = 1 \text{ мГн}</math> </p>
1.1.19	 <p> <math>u_0 = 25 \text{ В}; R_1 = 50 \text{ Ом};</math>  <math>R_2 = 20 \text{ Ом}; R_3 = 100 \text{ Ом};</math>  <math>R_4 = 80 \text{ Ом}; C = 1 \text{ мкФ};</math>  <math>L = 1 \text{ мГн}</math> </p>	1.1.20	 <p> <math>u_0 = 20 \text{ В}; R_1 = 50 \text{ Ом}; R_2 = 40 \text{ Ом};</math>  <math>R_3 = 60 \text{ Ом}; R_4 = 100 \text{ Ом};</math>  <math>C = 1 \text{ мкФ}; L = 1 \text{ мГн}</math> </p>

Вариант	Схема цепи	Вариант	Схема цепи
1.1.21	 <p> <math>i_0 = 0,1 \text{ A}; R_1 = 400 \text{ Ом};</math>  <math>R_2 = 600 \text{ Ом}; R_3 = 260 \text{ Ом};</math>  <math>R_4 = 100 \text{ Ом}; R_5 = 400 \text{ Ом};</math>  <math>C = 1 \text{ мкФ}; L = 1 \text{ мГн}</math> </p>	1.1.22	 <p> <math>u_0 = 20 \text{ В}; R_1 = 40 \text{ Ом}; R_2 = 16 \text{ Ом};</math>  <math>R_3 = 60 \text{ Ом}; R_4 = 40 \text{ Ом};</math>  <math>C = 1 \text{ мкФ}; L = 1 \text{ мГн}</math> </p>
1.1.23	 <p> <math>i_0 = 0,1 \text{ A}; R_1 = 40 \text{ Ом};</math>  <math>R_2 = 60 \text{ Ом}; R_3 = 100 \text{ Ом};</math>  <math>R_4 = 200 \text{ Ом}; R_5 = 150 \text{ Ом};</math>  <math>C = 1 \text{ мкФ}; L = 1 \text{ мГн}</math> </p>	1.1.24	 <p> <math>i_0 = 0,15 \text{ A}; R_1 = 100 \text{ Ом};</math>  <math>R_2 = 300 \text{ Ом}; R_3 = 400 \text{ Ом};</math>  <math>R_4 = R_5 = 200 \text{ Ом}; C = 1 \text{ мкФ};</math>  <math>L = 1 \text{ мГн}</math> </p>
1.1.25	 <p> <math>u_0 = 25 \text{ В}; R_1 = 20 \text{ Ом};</math>  <math>R_2 = 80 \text{ Ом}; R_3 = 100 \text{ Ом};</math>  <math>R_4 = 40 \text{ Ом}; R_5 = 10 \text{ Ом};</math>  <math>C = 1 \text{ мкФ}; L = 1 \text{ мГн}</math> </p>	1.1.26	 <p> <math>u_0 = 20 \text{ В}; R_1 = R_2 = 80 \text{ Ом};</math>  <math>R_3 = 32 \text{ Ом}; R_4 = 40 \text{ Ом};</math>  <math>R_5 = 10 \text{ Ом}; C = 1 \text{ мкФ}; L = 1 \text{ мГн}</math> </p>

Вариант	Схема цепи	Вариант	Схема цепи
1.1.27	 <p><math>u_0 = 20 \text{ В}; R_1 = R_2 = 100 \text{ Ом};</math>  <math>R_3 = R_4 = 200 \text{ Ом}; R_5 = 100 \text{ Ом};</math>  <math>C = 1 \text{ мкФ}; L = 1 \text{ мГн}</math></p>	1.1.28	 <p><math>u_0 = 20 \text{ В};</math>  <math>R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 50 \text{ Ом};</math>  <math>C = 1 \text{ мкФ}; L = 1 \text{ мГн}</math></p>
1.1.29	 <p><math>u_0 = 12 \text{ В}; R_1 = R_3 = 100 \text{ Ом};</math>  <math>R_2 = 10 \text{ Ом}; R_4 = R_5 = 80 \text{ Ом};</math>  <math>C = 1 \text{ мкФ}; L = 1 \text{ мГн}</math></p>	1.1.30	 <p><math>i_0 = 120 \text{ мА}; R_1 = 70 \text{ Ом};</math>  <math>R_3 = 120 \text{ Ом}; R_2 = R_4 = 100 \text{ Ом};</math>  <math>C = 1 \text{ мкФ}; L = 1 \text{ мГн}</math></p>

## 1.2. Метод наложения

Метод наложения основан на принципе наложения (суперпозиции), согласно которому реакция линейной электрической цепи на совокупность воздействий равна сумме реакций, вызываемых в той же цепи каждым из воздействий в отдельности.

В задачах 1.2.0–1.2.30 (табл. 1.2) при расчете токов ветвей заданной цепи методом наложения рекомендуется следующая последовательность действий:

нарисуйте схемы цепей с каждым источником в отдельности и покажите в них положительные направления токов. Вместо исключенного источника напряжения покажите его внутреннее сопротивление  $R_0 = 0$ , а вместо источника тока покажите его внутреннее сопротивление  $R_0 = \infty$ ;

рассчитайте методом эквивалентных преобразований токи ветвей в схемах цепей с одним источником (частичные токи);

рассчитайте токи ветвей в заданной цепи как алгебраическую сумму  
частичных токов;

сделайте проверку правильности расчета с помощью баланса мощностей.

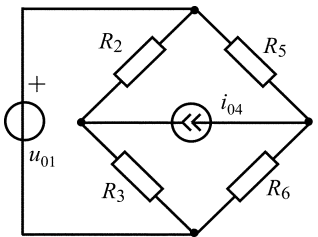
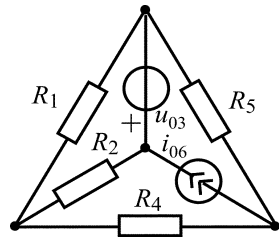
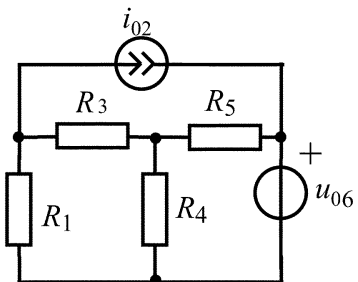
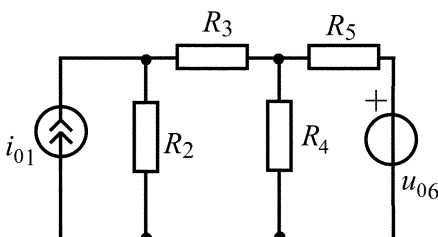
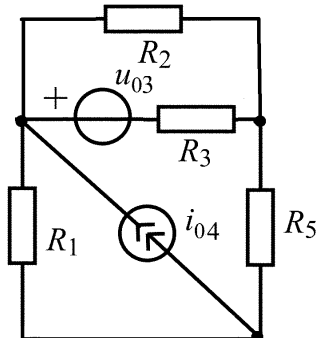
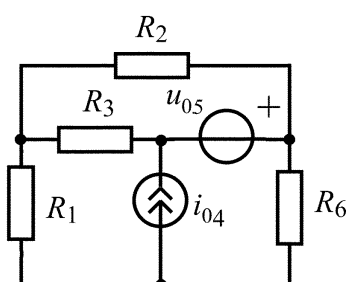
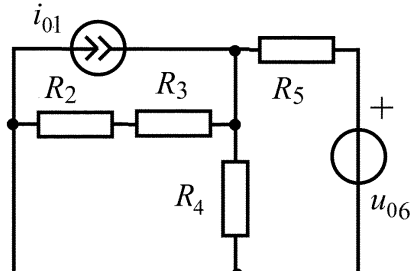
Таблица 1.2

Вариант	Схема цепи	Вариант	Схема цепи
1.2.0	<p> <math>u_{01} = 25 \text{ В}; i_{03} = 0,8 \text{ А};</math>  <math>i_{05} = 0,3 \text{ А}; R_2 = 100 \text{ Ом};</math>  <math>R_4 = 30 \text{ Ом}; R_6 = 70 \text{ Ом}</math> </p>	1.2.1	<p> <math>u_{01} = 45 \text{ В}; i_{05} = 0,3 \text{ А};</math>  <math>R_1 = R_2 = 200 \text{ Ом};</math>  <math>R_3 = R_4 = 100 \text{ Ом}</math> </p>
1.2.2	<p> <math>u_{05} = 18 \text{ В}; i_{06} = 240 \text{ мА};</math>  <math>R_1 = R_3 = 400 \text{ Ом}; R_2 = 300 \text{ Ом};</math>  <math>R_4 = 100 \text{ Ом}</math> </p>	1.2.3	<p> <math>u_{01} = 24 \text{ В}; i_{05} = 60 \text{ мА};</math>  <math>R_1 = R_4 = 400 \text{ Ом};</math>  <math>R_2 = R_3 = 200 \text{ Ом}</math> </p>
1.2.4	<p> <math>u_{01} = 15 \text{ В}; i_{05} = 0,6 \text{ А};</math>  <math>R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 200 \text{ Ом}</math> </p>	1.2.5	<p> <math>u_{06} = 15 \text{ В}; i_{02} = 0,3 \text{ А};</math>  <math>R_1 = R_3 = R_4 = R_5 = 100 \text{ Ом}</math> </p>

Вариант	Схема цепи	Вариант	Схема цепи
1.2.6	<p> <math>u_{02} = 20 \text{ В}; i_{06} = 0,5 \text{ А};</math>  <math>R_1 = R_4 = 100 \text{ Ом};</math>  <math>R_3 = R_5 = 50 \text{ Ом}</math> </p>	1.2.7	<p> <math>u_{01} = 7,2 \text{ В};</math>  <math>i_{05} = 90 \text{ мА};</math>  <math>R_2 = R_3 = R_6 = 100 \text{ Ом};</math>  <math>R_4 = 300 \text{ Ом}</math> </p>
1.2.8	<p> <math>u_{01} = 10 \text{ В}; i_{06} = 200 \text{ мА};</math>  <math>R_2 = 600 \text{ Ом}; R_3 = 200 \text{ Ом};</math>  <math>R_4 = 400 \text{ Ом}; R_5 = 800 \text{ Ом}</math> </p>	1.2.9	<p> <math>u_{04} = 50 \text{ В}; i_{01} = 0,8 \text{ А};</math>  <math>R_1 = R_2 = 100 \text{ Ом};</math>  <math>R_3 = 500 \text{ Ом}; R_5 = 400 \text{ Ом}</math> </p>
1.2.10	<p> <math>u_{01} = 15 \text{ В}; i_{04} = 0,3 \text{ А};</math>  <math>R_2 = 600 \text{ Ом};</math>  <math>R_3 = R_5 = R_6 = 200 \text{ Ом}</math> </p>	1.2.11	<p> <math>u_{01} = 12 \text{ В}; i_{06} = 0,6 \text{ А};</math>  <math>R_3 = 100 \text{ Ом}; R_2 = R_5 = 400 \text{ Ом};</math>  <math>R_4 = 300 \text{ Ом}</math> </p>

Вариант	Схема цепи	Вариант	Схема цепи
1.2.12	<p> <math>u_{06} = 10 \text{ В};</math>  <math>i_{04} = 400 \text{ мА};</math>  <math>R_1 = R_2 = R_3 = R_5 = 200 \text{ Ом}</math> </p>	1.2.13	<p> <math>u_{01} = 12 \text{ В};</math>  <math>i_{05} = 80 \text{ мА};</math>  <math>R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 600 \text{ Ом}</math> </p>
1.2.14	<p> <math>u_{05} = 10 \text{ В};</math>  <math>i_{02} = 0,6 \text{ А};</math>  <math>R_1 = R_3 = R_4 = R_6 = 200 \text{ Ом}</math> </p>	1.2.15	<p> <math>u_{06} = 20 \text{ В};</math>  <math>i_{04} = 0,8 \text{ А};</math>  <math>R_1 = R_2 = R_3 = R_5 = 200 \text{ Ом}</math> </p>
1.2.16	<p> <math>u_{03} = 20 \text{ В}; i_{06} = 0,5 \text{ А};</math>  <math>R_1 = 40 \text{ Ом}; R_2 = 80 \text{ Ом};</math>  <math>R_4 = 60 \text{ Ом}; R_5 = 20 \text{ Ом}</math> </p>	1.2.17	<p> <math>u_{01} = 60 \text{ В}; i_{04} = 0,9 \text{ А};</math>  <math>R_1 = R_5 = 200 \text{ Ом};</math>  <math>R_2 = R_3 = 100 \text{ Ом}</math> </p>

Вариант	Схема цепи	Вариант	Схема цепи
1.2.18	<p> <math>u_{04} = 80 \text{ В}; i_{01} = 1 \text{ А};</math>  <math>R_2 = 30 \text{ Ом}; R_3 = 70 \text{ Ом};</math>  <math>R_5 = R_6 = 50 \text{ Ом}</math> </p>	1.2.19	<p> <math>u_{01} = 9 \text{ В}; i_{03} = 0,3 \text{ А};</math>  <math>R_1 = R_2 = 50 \text{ Ом};</math>  <math>R_4 = R_5 = 25 \text{ Ом}</math> </p>
1.2.20	<p> <math>u_{05} = 15 \text{ В}; i_{04} = 0,3 \text{ А};</math>  <math>R_1 = R_3 = 100 \text{ Ом};</math>  <math>R_2 = R_6 = 50 \text{ Ом}</math> </p>	1.2.21	<p> <math>u_{05} = 12 \text{ В};</math>  <math>i_{02} = 60 \text{ мА};</math>  <math>R_1 = R_3 = R_4 = R_6 = 100 \text{ Ом}</math> </p>
1.2.22	<p> <math>u_{01} = 18 \text{ В}; i_{06} = 0,9 \text{ А};</math>  <math>R_2 = R_4 = 20 \text{ Ом};</math>  <math>R_3 = R_5 = 40 \text{ Ом}</math> </p>	1.2.23	<p> <math>u_{03} = 27 \text{ В}; i_{02} = 270 \text{ мА};</math>  <math>R_1 = R_4 = R_6 = 300 \text{ Ом};</math>  <math>R_5 = 900 \text{ Ом}</math> </p>

Вариант	Схема цепи	Вариант	Схема цепи
1.2.24	 <p> <math>u_{01} = 24 \text{ В}; i_{04} = 0,6 \text{ А};</math>  <math>R_2 = 20 \text{ Ом}; R_3 = 60 \text{ Ом};</math>  <math>R_5 = 80 \text{ Ом}; R_6 = 40 \text{ Ом}</math> </p>	1.2.25	 <p> <math>u_{03} = 60 \text{ В}; i_{06} = 0,18 \text{ А};</math>  <math>R_1 = R_2 = 200 \text{ Ом};</math>  <math>R_4 = R_5 = 100 \text{ Ом}</math> </p>
1.2.26	 <p> <math>i_{02} = 1,2 \text{ А}; u_{06} = 64 \text{ В};</math>  <math>R_1 = R_4 = R_5 = 200 \text{ Ом};</math>  <math>R_3 = 100 \text{ Ом}</math> </p>	1.2.27	 <p> <math>i_{01} = 0,12 \text{ А}; u_{06} = 24 \text{ В};</math>  <math>R_2 = 300 \text{ Ом}; R_3 = 100 \text{ Ом};</math>  <math>R_4 = R_5 = 400 \text{ Ом}</math> </p>
1.2.28	 <p> <math>i_{04} = 0,6 \text{ А}; u_{03} = 60 \text{ В};</math>  <math>R_1 = R_5 = 100 \text{ Ом};</math>  <math>R_2 = R_3 = 200 \text{ Ом}</math> </p>	1.2.29	 <p> <math>i_{04} = 120 \text{ мА}; u_{05} = 30 \text{ В};</math>  <math>R_1 = 100 \text{ Ом}; R_2 = R_3 = 400 \text{ Ом};</math>  <math>R_6 = 300 \text{ Ом}</math> </p>
1.2.30	 <p> <math>i_{01} = 120 \text{ мА}; u_{06} = 24 \text{ В};</math>  <math>R_2 = R_3 = 100 \text{ Ом}; R_4 = R_5 = 200 \text{ Ом}</math> </p>		



### 1.3. Метод токов ветвей

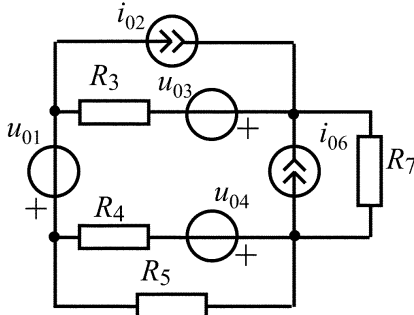
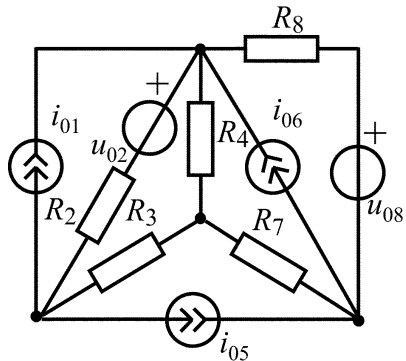
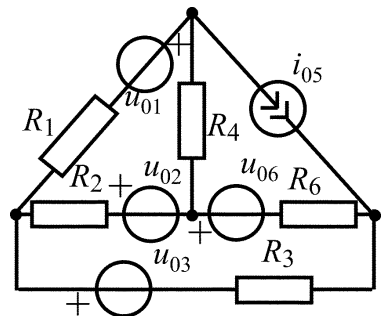
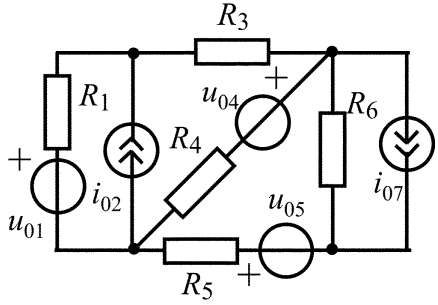
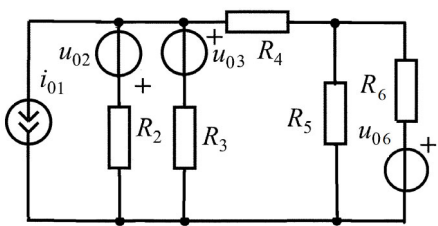
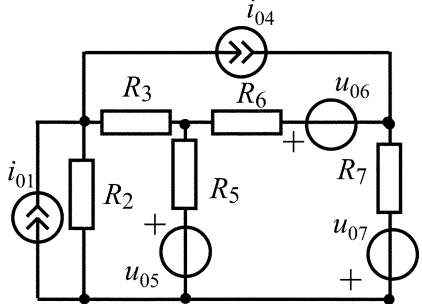
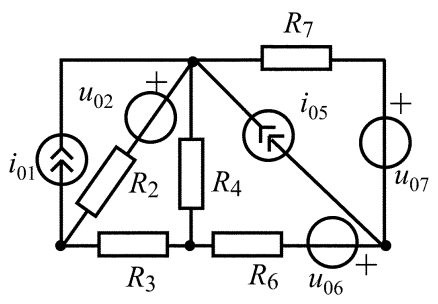
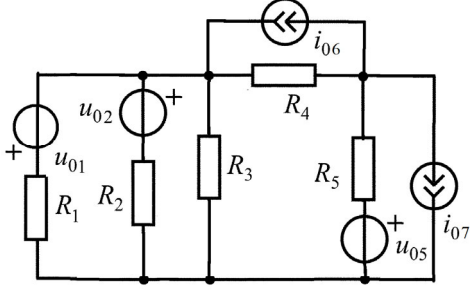
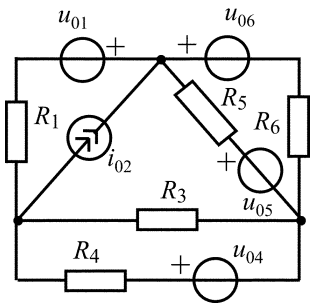
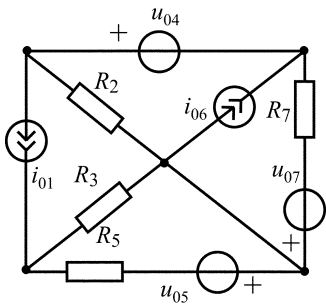
Метод анализа колебаний в электрических цепях, в котором переменными системы уравнений анализируемой цепи являются токи в ветвях цепи, называется методом токов ветвей. Метод основан на применении законов Кирхгофа.

В задачах 1.3.0–1.3.30 (табл. 1.3) для определения неизвестных токов во всех ветвях заданной цепи методом токов ветвей (методом уравнений Кирхгофа) рекомендуется следующая последовательность действий:

- определите число независимых уравнений:
  - по первому закону Кирхгофа  $N_I = N_y - 1$ ;
  - по второму закону Кирхгофа  $N_{II} = N_B - N_y + 1 - N_{ист.т.}$ ;
- сделайте проверку:  $N = N_I + N_{II} = N_B - N_{ист.т.}$ , где  $N_B$  – число ветвей,  $N_y$  – число узлов,  $N_{ист.т.}$  – число источников тока в схеме цепи;
- покажите произвольно положительные направления токов в ветвях и составьте уравнения по первому закону Кирхгофа;
- покажите произвольно положительные направления обхода выбранных независимых контуров и составьте уравнения по второму закону Кирхгофа.

Таблица 1.3

Вариант	Схема цепи	Вариант	Схема цепи
1.3.0		1.3.1	
1.3.2		1.3.3	

Вариант	Схема цепи	Вариант	Схема цепи
1.3.4		1.3.5	
1.3.6		1.3.7	
1.3.8		1.3.9	
1.3.10		1.3.11	
1.3.12		1.3.13	

Вариант	Схема цепи	Вариант	Схема цепи
1.3.14		1.3.15	
1.3.16		1.3.17	
1.3.18		1.3.19	
1.3.20		1.3.21	
1.3.22		1.3.23	

Вариант	Схема цепи	Вариант	Схема цепи
1.3.24		1.3.25	
1.3.26		1.3.27	
1.3.28		1.3.29	
1.3.30			

### 1.4. Метод узловых напряжений

Метод анализа колебаний в электрических цепях, в которых переменными системы уравнений анализируемой цепи выбраны узловые напряжения, называется методом узловых напряжений.

Узловые напряжения – это напряжения во всех узлах цепи, отсчитанные относительно некоторого одного базисного (опорного) узла, потенциал которого принимается равным нулю.

Применение метода узловых напряжений позволяет существенно уменьшить число решаемых уравнений по сравнению с методом токов ветвей.



где  $G_{kk}$  – собственная проводимость  $k$ -го узла, равная арифметической сумме проводимостей всех ветвей, подключенных одним из зажимов к  $k$ -му узлу цепи;

$G_{kl}$  – взаимная проводимость  $k$ -го и  $l$ -го узлов цепи, равная сумме проводимостей ветвей, включенных между  $k$ -м и  $l$ -м узлами цепи;

$i_{yk}$  – задающий узловый ток  $k$ -го узла, равный алгебраической сумме задающих токов источников токов, подключенных одним из зажимов к  $k$ -му узлу цепи, при этом в сумму со знаком «+» входит задающий ток того источника, положительное направление которого ориентировано в сторону  $k$ -го узла, и со знаком «-» в противном случае.

При составлении системы уравнений для цепей, содержащих ветви  $R$ ,  $u_0$ , используются эквивалентные преобразования и условия эквивалентности, приведенные на рис. 1.4.2.

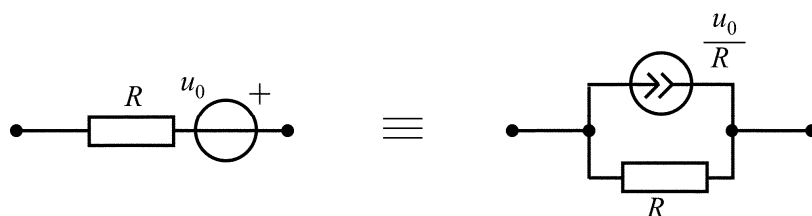


Рис. 1.4.2. Эквивалентные преобразования и условия их эквивалентности

Метод узловых напряжений можно применять, когда в цепи помимо независимых имеются зависимые источники.

### 1.4.1. Метод узловых напряжений в резистивных цепях с источниками тока

В задачах 1.4.1.0–1.4.1.30 (табл. 1.4.1) при расчете токов в ветвях заданной цепи методом узловых напряжений рекомендуется следующая последовательность действий:

выберите произвольно базисный (опорный) узел и приравняйте его потенциал нулю, пронумеруйте остальные узлы;

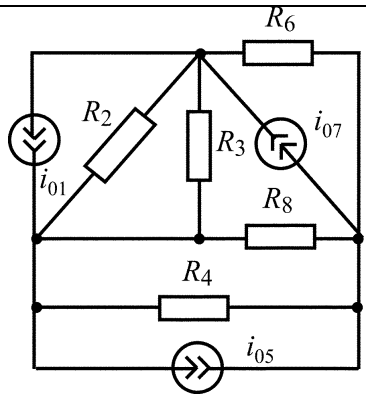
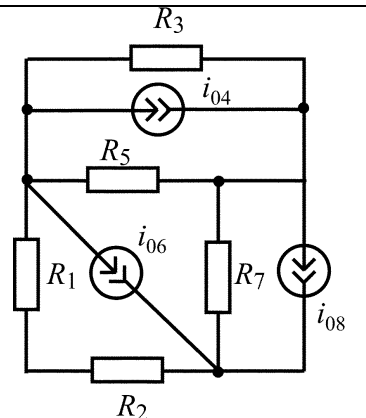
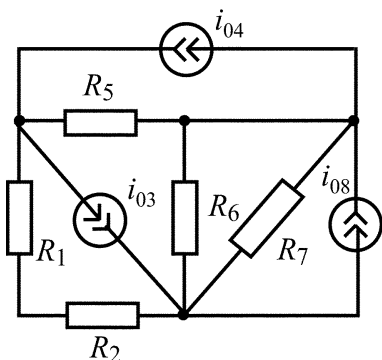
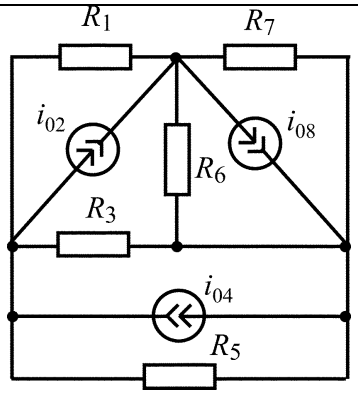
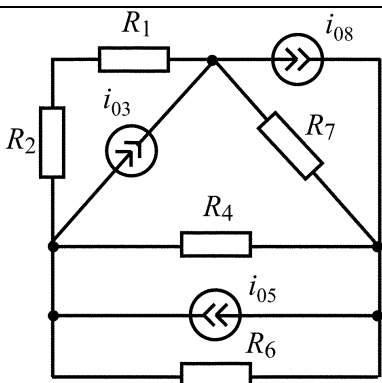
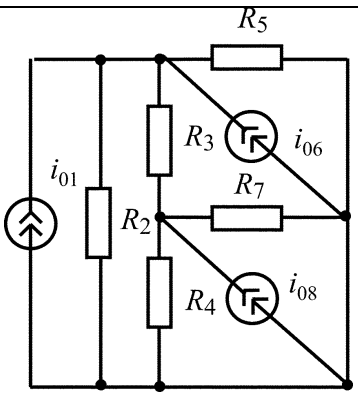
составьте каноническую систему узловых уравнений и выразите ее коэффициенты через параметры заданной цепи;

рассчитайте значения узловых напряжений, решив полученную систему уравнений;

найдите токи в ветвях через узловые напряжения;

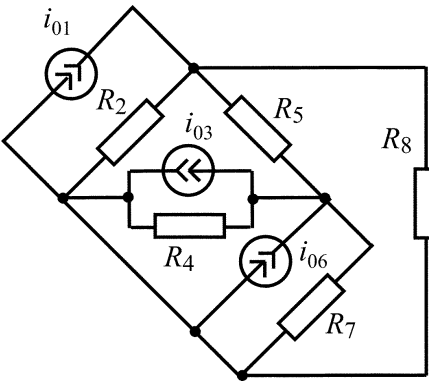
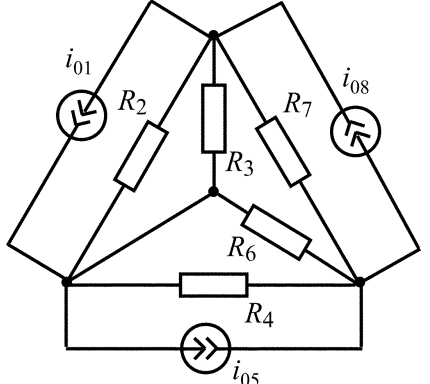
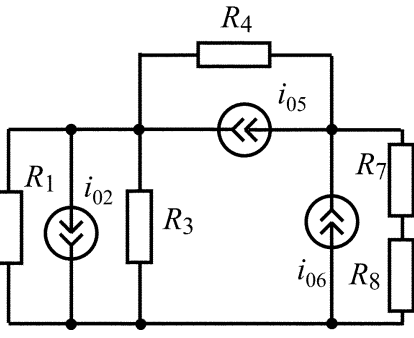
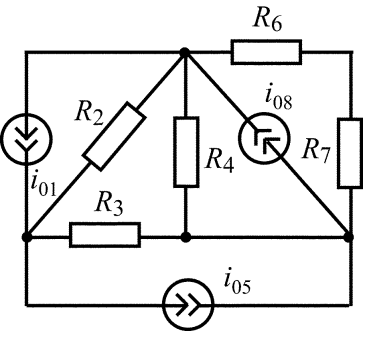
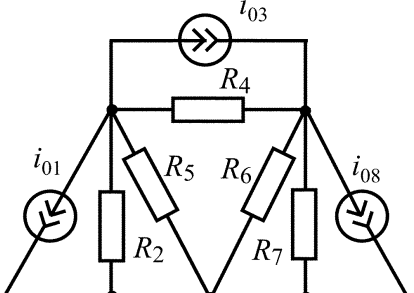
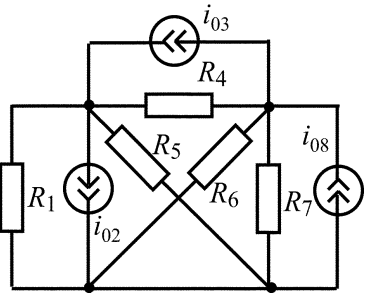
сделайте проверку правильности расчета цепи с помощью первого и второго законов Кирхгофа.

Таблица 1.4.1

Вариант	Схема цепи	Вариант	Схема цепи
1.4.1.0	 <p> <math>i_{01} = 5 \text{ mA};</math>  <math>i_{05} = 1 \text{ mA}; i_{07} = 6 \text{ mA};</math>  <math>R_2 = R_3 = R_6 = 0,5 \text{ кОм};</math>  <math>R_4 = R_8 = 1 \text{ кОм}</math> </p>	1.4.1.1	 <p> <math>i_{04} = 6 \text{ mA};</math>  <math>i_{06} = 2 \text{ mA}; i_{08} = 1 \text{ mA};</math>  <math>R_1 = R_2 = R_3 = R_5 = R_7 = 2 \text{ кОм}</math> </p>
1.4.1.2	 <p> <math>i_{03} = 4 \text{ mA};</math>  <math>i_{04} = 10 \text{ mA}; i_{08} = 12 \text{ mA};</math>  <math>R_1 = R_2 = 1 \text{ кОм};</math>  <math>R_5 = R_6 = R_7 = 2 \text{ кОм}</math> </p>	1.4.1.3	 <p> <math>i_{02} = 40 \text{ mA};</math>  <math>i_{04} = 140 \text{ mA}; i_{08} = 20 \text{ mA};</math>  <math>R_1 = R_3 = R_5 = R_6 = R_7 = 1 \text{ кОм}</math> </p>
1.4.1.4	 <p> <math>i_{03} = 60 \text{ mA};</math>  <math>i_{05} = 70 \text{ mA}; i_{08} = 20 \text{ mA};</math>  <math>R_1 = R_2 = R_4 = R_6 = R_7 = 1 \text{ кОм}</math> </p>	1.4.1.5	 <p> <math>i_{01} = i_{06} = 5 \text{ mA};</math>  <math>i_{08} = 22 \text{ mA};</math>  <math>R_2 = R_4 = R_5 = R_7 = 1 \text{ кОм};</math>  <math>R_3 = 2 \text{ кОм}</math> </p>

Вариант	Схема цепи	Вариант	Схема цепи
1.4.1.6	<p> <math>i_{02} = 35 \text{ mA};</math>  <math>i_{05} = 10 \text{ mA}; i_{07} = 5 \text{ mA};</math>  <math>R_1 = R_3 = R_4 = R_6 = R_8 = 1 \text{ кОм}</math> </p>	1.4.1.7	<p> <math>i_{04} = 15 \text{ mA};</math>  <math>i_{05} = 30 \text{ mA}; i_{08} = 12 \text{ mA};</math>  <math>R_1 = R_2 = R_3 = R_6 = R_7 = 1 \text{ кОм}</math> </p>
1.4.1.8	<p> <math>i_{02} = i_{04} = 25 \text{ mA};</math>  <math>i_{07} = 30 \text{ mA};</math>  <math>R_1 = R_3 = R_5 = R_6 = R_8 = 200 \text{ Ом}</math> </p>	1.4.1.9	<p> <math>i_{01} = 600 \text{ mA};</math>  <math>i_{04} = i_{07} = 100 \text{ mA};</math>  <math>R_2 = R_3 = R_5 = R_6 = R_8 = 100 \text{ Ом}</math> </p>
1.4.1.10	<p> <math>i_{01} = 0,1 \text{ A}; i_{04} = 0,2 \text{ A};</math>  <math>i_{06} = 0,6 \text{ A};</math>  <math>R_2 = R_3 = R_5 = 20 \text{ Ом};</math>  <math>R_7 = R_8 = 10 \text{ Ом}</math> </p>	1.4.1.11	<p> <math>i_{01} = 3 \text{ mA}; i_{03} = 9 \text{ mA}; i_{07} = 1 \text{ mA};</math>  <math>R_2 = R_4 = R_5 = 1 \text{ кОм};</math>  <math>R_6 = R_8 = 2 \text{ кОм}</math> </p>



Вариант	Схема цепи	Вариант	Схема цепи
1.4.1.12	 <p> <math>i_{01} = 5 \text{ mA};</math>  <math>i_{03} = 2 \text{ mA}; i_{06} = 3 \text{ mA};</math>  <math>R_2 = R_4 = R_5 = R_7 = R_8 = 1 \text{ k}\Omega</math> </p>	1.4.1.13	 <p> <math>i_{01} = 1 \text{ mA};</math>  <math>i_{05} = 2 \text{ mA}; i_{08} = 4 \text{ mA};</math>  <math>R_2 = R_4 = R_6 = 1 \text{ k}\Omega;</math>  <math>R_3 = R_7 = 0,5 \text{ k}\Omega</math> </p>
1.4.1.14	 <p> <math>i_{02} = 20 \text{ mA};</math>  <math>i_{05} = 40 \text{ mA}; i_{06} = 80 \text{ mA};</math>  <math>R_1 = R_3 = R_4 = R_7 = R_8 = 1 \text{ k}\Omega</math> </p>	1.4.1.15	 <p> <math>i_{01} = 40 \text{ mA};</math>  <math>i_{05} = 20 \text{ mA}; i_{08} = 50 \text{ mA};</math>  <math>R_2 = R_3 = R_4 = R_6 = R_7 = 1 \text{ k}\Omega</math> </p>
1.4.1.16	 <p> <math>i_{01} = i_{08} = 2 \text{ mA};</math>  <math>i_{03} = 3 \text{ mA};</math>  <math>R_2 = R_4 = R_5 = R_6 = R_7 = 2 \text{ k}\Omega</math> </p>	1.4.1.17	 <p> <math>i_{02} = 60 \text{ mA};</math>  <math>i_{03} = 20 \text{ mA}; i_{08} = 100 \text{ mA};</math>  <math>R_1 = R_4 = R_5 = R_6 = R_7 = 1 \text{ k}\Omega</math> </p>

Вариант	Схема цепи	Вариант	Схема цепи
1.4.1.18	<p> <math>i_{01} = 100 \text{ mA};</math>  <math>i_{02} = 50 \text{ mA}; i_{07} = 10 \text{ mA};</math>  <math>R_3 = R_4 = R_5 = R_6 = R_8 = 100 \text{ Ом}</math> </p>	1.4.1.19	<p> <math>i_{04} = 10 \text{ mA};</math>  <math>i_{06} = i_{08} = 20 \text{ mA};</math>  <math>R_1 = R_2 = 0,5 \text{ кОм};</math>  <math>R_3 = R_5 = R_7 = 1 \text{ кОм}</math> </p>
1.4.1.20	<p> <math>i_{02} = 30 \text{ mA};</math>  <math>i_{04} = 12 \text{ mA}; i_{06} = 20 \text{ mA};</math>  <math>R_1 = R_3 = R_5 = R_7 = R_8 = 1 \text{ кОм}</math> </p>	1.4.1.21	<p> <math>i_{04} = 20 \text{ mA};</math>  <math>i_{05} = 34 \text{ mA}; i_{08} = 10 \text{ mA};</math>  <math>R_1 = R_2 = R_3 = R_6 = R_7 = 1 \text{ кОм}</math> </p>
1.4.1.22	<p> <math>i_{01} = i_{05} = 5 \text{ mA};</math>  <math>i_{07} = 7 \text{ mA};</math>  <math>R_2 = R_3 = R_4 = R_6 = R_8 = 1 \text{ кОм}</math> </p>	1.4.1.23	<p> <math>i_{02} = 20 \text{ mA};</math>  <math>i_{04} = i_{06} = 6 \text{ mA};</math>  <math>R_1 = R_3 = R_5 = R_7 = R_8 = 1 \text{ кОм}</math> </p>

Вариант	Схема цепи	Вариант	Схема цепи
1.4.1.24	<p> <math>i_{01} = 10 \text{ mA};</math>  <math>i_{06} = 2 \text{ mA}; i_{07} = 9 \text{ mA};</math>  <math>R_2 = R_3 = R_8 = 1 \text{ k}\Omega;</math>  <math>R_4 = R_5 = 0,5 \text{ k}\Omega</math> </p>	1.4.1.25	<p> <math>i_{01} = 10 \text{ mA};</math>  <math>i_{03} = i_{08} = 5 \text{ mA};</math>  <math>R_2 = R_4 = R_7 = 2 \text{ k}\Omega;</math>  <math>R_5 = R_6 = 1 \text{ k}\Omega</math> </p>
1.4.1.26	<p> <math>i_{02} = 0,6 \text{ A};</math>  <math>i_{05} = 0,1 \text{ A}; i_{06} = 0,2 \text{ A};</math>  <math>R_1 = R_3 = R_4 = R_6 = R_7 = 100 \text{ }\Omega</math> </p>	1.4.1.27	<p> <math>i_{01} = 80 \text{ mA};</math>  <math>i_{05} = 20 \text{ mA}; i_{08} = 90 \text{ mA};</math>  <math>R_2 = R_3 = R_4 = R_6 = R_7 = 1 \text{ k}\Omega</math> </p>
1.4.1.28	<p> <math>i_{02} = 0,7 \text{ A};</math>  <math>i_{04} = i_{05} = 0,1 \text{ A};</math>  <math>R_1 = R_3 = R_4 = R_6 = R_7 = 100 \text{ }\Omega</math> </p>	1.4.1.29	<p> <math>i_{01} = 80 \text{ mA};</math>  <math>i_{05} = 20 \text{ mA}; i_{06} = 10 \text{ mA};</math>  <math>R_2 = R_3 = R_4 = R_6 = R_7 = 1 \text{ k}\Omega</math> </p>

Вариант	Схема цепи
1.4.1.30	<p style="text-align: center;"> <math>i_{01} = 0,7 \text{ A}; i_{04} = i_{05} = 0,1 \text{ A};</math>  <math>R_1 = R_3 = R_4 = R_6 = R_7 = 100 \text{ Ом}</math> </p>

**1.4.2. Метод узловых напряжений в резистивных цепях с источниками тока и с источниками напряжения**

В задачах 1.4.2.0–1.4.2.30 (табл. 1.4.2) при расчете токов в ветвях заданной цепи методом узловых напряжений рекомендуется следующая последовательность действий:

выберите базисный (опорный) узел и приравняйте его потенциал нулю. Обратите внимание, что в схеме цепи есть источники напряжения. Пронумеруйте остальные узлы;

составьте каноническую систему узловых уравнений и выразите ее коэффициенты через параметры заданной цепи;

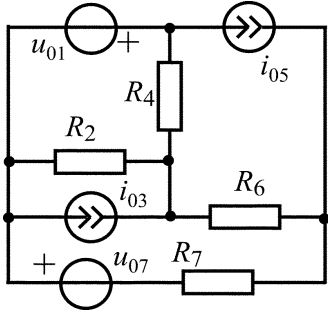
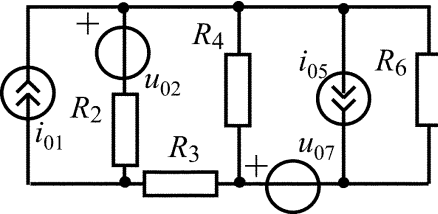
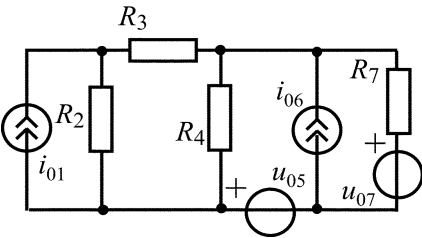
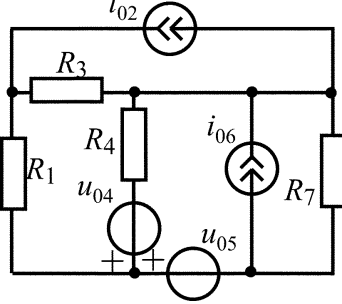
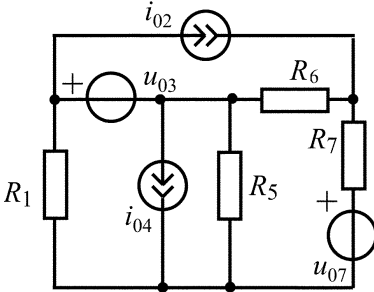
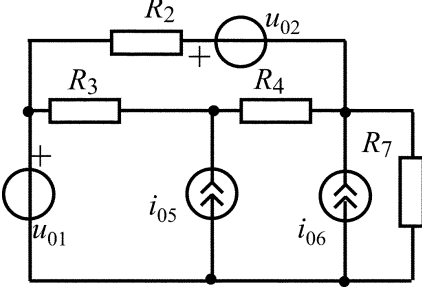
рассчитайте значения узловых напряжений, решив полученную систему уравнений;

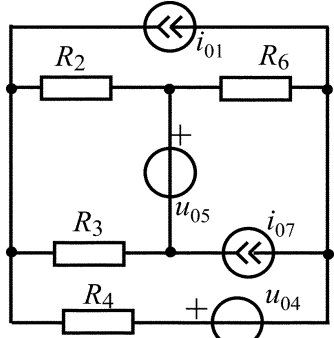
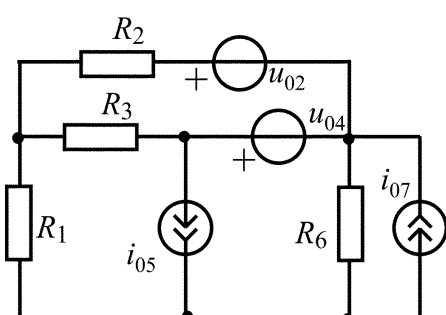
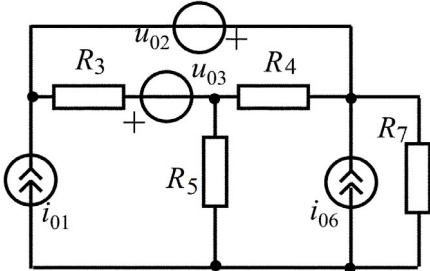
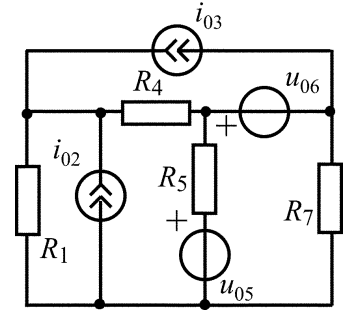
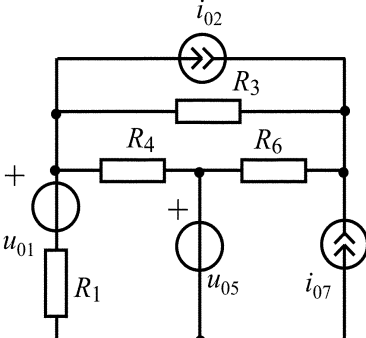
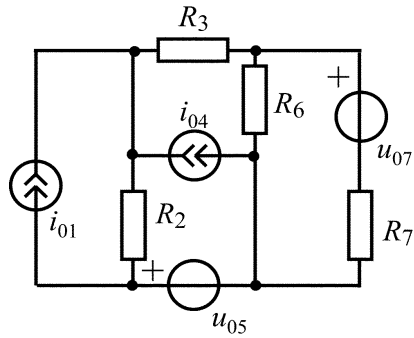
найдите токи в ветвях через узловые напряжения;

сделайте проверку правильности расчета цепи с помощью первого и второго законов Кирхгофа.

Таблица 1.4.2

Вариант	Схема цепи	Вариант	Схема цепи
1.4.2.0	<p style="text-align: center;"> <math>i_{02} = 3 \text{ mA}; i_{05} = 4 \text{ mA};</math>  <math>u_{01} = u_{06} = 2 \text{ В};</math>  <math>R_1 = R_3 = R_4 = R_7 = 1 \text{ кОм}</math> </p>	1.4.2.1	<p style="text-align: center;"> <math>i_{03} = 5 \text{ mA}; i_{07} = 15 \text{ mA};</math>  <math>u_{02} = 10 \text{ В}; u_{06} = 15 \text{ В};</math>  <math>R_1 = R_2 = R_4 = R_5 = 1 \text{ кОм}</math> </p>

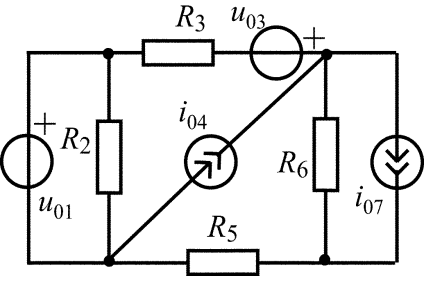
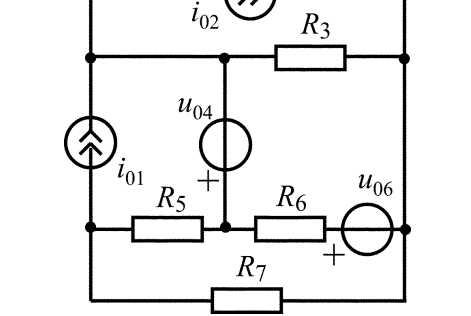
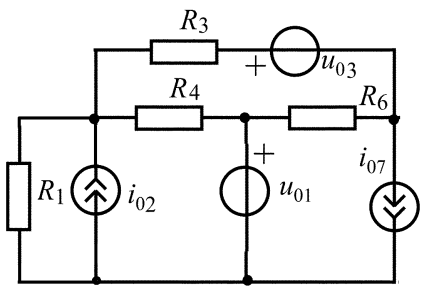
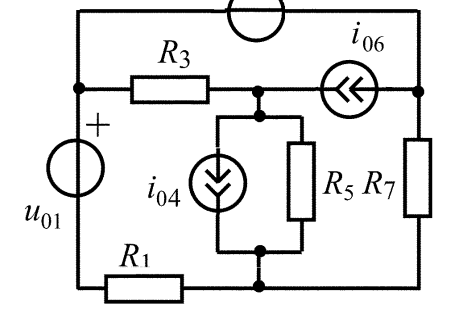
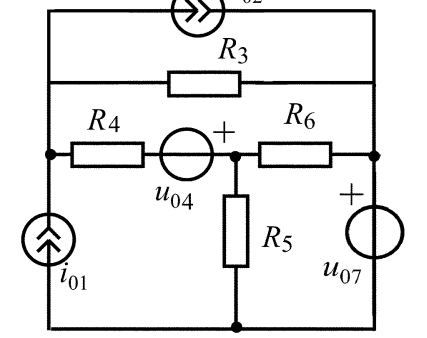
Вариант	Схема цепи	Вариант	Схема цепи
1.4.2.2	 <p data-bbox="414 694 742 817"> <math>i_{03} = 4 \text{ A}; i_{05} = 3 \text{ A};</math>  <math>u_{01} = 6 \text{ B}; u_{07} = 8 \text{ B};</math>  <math>R_2 = R_4 = R_6 = R_7 = 1 \text{ Ом}</math> </p>	1.4.2.3	 <p data-bbox="1005 694 1348 817"> <math>i_{01} = 2 \text{ A}; i_{05} = 4 \text{ A};</math>  <math>u_{02} = 5 \text{ B}; u_{07} = 3 \text{ B};</math>  <math>R_2 = R_3 = R_4 = R_6 = 1 \text{ Ом}</math> </p>
1.4.2.4	 <p data-bbox="414 1198 742 1321"> <math>i_{01} = 5 \text{ A}; i_{06} = 3 \text{ A};</math>  <math>u_{05} = 2 \text{ B}; u_{07} = 4 \text{ B};</math>  <math>R_2 = R_3 = R_4 = R_7 = 1 \text{ Ом}</math> </p>	1.4.2.5	 <p data-bbox="1005 1220 1348 1344"> <math>i_{02} = 5 \text{ mA}; i_{06} = 3 \text{ mA};</math>  <math>u_{04} = 9 \text{ B}; u_{05} = 4 \text{ B};</math>  <math>R_1 = R_3 = R_4 = R_7 = 1 \text{ кОм}</math> </p>
1.4.2.6	 <p data-bbox="406 1769 750 1892"> <math>i_{02} = i_{04} = 5 \text{ mA};</math>  <math>u_{03} = 10 \text{ B}; u_{07} = 5 \text{ B};</math>  <math>R_1 = R_5 = R_6 = R_7 = 1 \text{ кОм}</math> </p>	1.4.2.7	 <p data-bbox="1013 1769 1340 1892"> <math>i_{05} = 2 \text{ A}; i_{06} = 1 \text{ A};</math>  <math>u_{01} = 10 \text{ B}; u_{02} = 5 \text{ B};</math>  <math>R_2 = R_3 = R_4 = R_7 = 1 \text{ Ом}</math> </p>

Вариант	Схема цепи	Вариант	Схема цепи
1.4.2.8	 <p> <math>i_{01} = 2 \text{ A}; i_{07} = 11 \text{ A};</math>  <math>u_{04} = 1 \text{ B}; u_{05} = 6 \text{ B};</math>  <math>R_2 = R_3 = R_4 = R_6 = 1 \text{ Ом}</math> </p>	1.4.2.9	 <p> <math>i_{05} = 7 \text{ A}; i_{07} = 1 \text{ A};</math>  <math>u_{02} = 10 \text{ B}; u_{04} = 2 \text{ B};</math>  <math>R_1 = R_2 = R_3 = R_6 = 1 \text{ Ом}</math> </p>
1.4.2.10	 <p> <math>i_{01} = i_{06} = 1 \text{ mA};</math>  <math>u_{02} = 7 \text{ B}; u_{03} = 2 \text{ B};</math>  <math>R_3 = R_4 = R_5 = R_7 = 1 \text{ кОм}</math> </p>	1.4.2.11	 <p> <math>i_{02} = 1 \text{ A}; i_{03} = 3 \text{ A};</math>  <math>u_{05} = 1 \text{ B}; u_{06} = 5 \text{ B};</math>  <math>R_1 = R_4 = R_5 = R_7 = 1 \text{ Ом}</math> </p>
1.4.2.12	 <p> <math>i_{02} = i_{07} = 2 \text{ A};</math>  <math>u_{01} = 8 \text{ B}; u_{05} = 3 \text{ B};</math>  <math>R_1 = R_3 = R_4 = R_6 = 1 \text{ Ом}</math> </p>	1.4.2.13	 <p> <math>i_{01} = 2 \text{ A}; i_{04} = 3 \text{ A};</math>  <math>u_{05} = u_{07} = 5 \text{ B};</math>  <math>R_2 = R_3 = R_6 = R_7 = 1 \text{ Ом}</math> </p>

Вариант	Схема цепи	Вариант	Схема цепи
1.4.2.14	<p> <math>i_{03} = 9 \text{ mA}; i_{07} = 1 \text{ mA};</math>  <math>u_{02} = 2 \text{ B}; u_{06} = 8 \text{ B};</math>  <math>R_1 = R_2 = R_4 = R_5 = 1 \text{ кОм}</math> </p>	1.4.2.15	<p> <math>i_{03} = 7 \text{ A}; i_{06} = 2 \text{ A};</math>  <math>u_{01} = 10 \text{ B}; u_{05} = 1 \text{ B};</math>  <math>R_2 = R_4 = R_5 = R_7 = 1 \text{ Ом}</math> </p>
1.4.2.16	<p> <math>i_{02} = 3 \text{ A}; i_{05} = 7 \text{ A};</math>  <math>u_{01} = 8 \text{ B}; u_{07} = 4 \text{ B};</math>  <math>R_1 = R_3 = R_4 = R_6 = 1 \text{ Ом}</math> </p>	1.4.2.17	<p> <math>i_{01} = 13 \text{ mA}; i_{03} = 2 \text{ mA};</math>  <math>u_{04} = u_{07} = 1 \text{ B};</math>  <math>R_2 = R_4 = R_5 = R_6 = 1 \text{ кОм}</math> </p>
1.4.2.18	<p> <math>i_{02} = 1 \text{ A}; i_{05} = 4 \text{ A};</math>  <math>u_{01} = 10 \text{ B}; u_{03} = 4 \text{ B};</math>  <math>R_3 = R_4 = R_6 = R_7 = 1 \text{ Ом}</math> </p>	1.4.2.19	<p> <math>i_{05} = 2 \text{ A}; i_{07} = 15 \text{ A};</math>  <math>u_{01} = 3 \text{ B}; u_{04} = 4 \text{ B};</math>  <math>R_1 = R_2 = R_3 = R_6 = 1 \text{ Ом}</math> </p>

Вариант	Схема цепи	Вариант	Схема цепи
1.4.2.20	<p> <math>i_{03} = 3 \text{ A}; i_{04} = 1 \text{ A};</math>  <math>u_{01} = 6 \text{ B}; u_{06} = 3 \text{ B};</math>  <math>R_1 = R_2 = R_5 = R_7 = 1 \text{ Ом}</math> </p>	1.4.2.21	<p> <math>i_{05} = 1 \text{ A}; i_{07} = 6 \text{ A};</math>  <math>u_{01} = 5 \text{ B}; u_{06} = 2 \text{ B};</math>  <math>R_2 = R_3 = R_4 = R_6 = 1 \text{ Ом}</math> </p>
1.4.2.22	<p> <math>i_{01} = 5 \text{ A}; i_{03} = 1 \text{ A};</math>  <math>u_{02} = 2 \text{ B}; u_{07} = 5 \text{ B};</math>  <math>R_2 = R_4 = R_5 = R_6 = 1 \text{ Ом}</math> </p>	1.4.2.23	<p> <math>i_{01} = 1 \text{ A}; i_{05} = 2 \text{ A};</math>  <math>u_{02} = 5 \text{ B}; u_{07} = 8 \text{ B};</math>  <math>R_3 = R_4 = R_6 = R_7 = 1 \text{ Ом}</math> </p>
1.4.2.24	<p> <math>i_{01} = 6 \text{ mA}; i_{03} = 2 \text{ mA};</math>  <math>u_{04} = 2 \text{ B}; u_{07} = 4 \text{ B};</math>  <math>R_2 = R_4 = R_5 = R_6 = 1 \text{ кОм}</math> </p>	1.4.2.25	<p> <math>i_{02} = 7 \text{ mA}; i_{04} = 18 \text{ mA};</math>  <math>u_{01} = 5 \text{ B}; u_{06} = 8 \text{ B};</math>  <math>R_1 = R_3 = R_4 = R_7 = 1 \text{ кОм}</math> </p>



Вариант	Схема цепи	Вариант	Схема цепи
1.4.2.26	 <p data-bbox="375 705 726 817"> <math>i_{04} = 3 \text{ mA}; i_{07} = 1 \text{ mA};</math>  <math>u_{01} = 4 \text{ B}; u_{03} = 1 \text{ B};</math>  <math>R_2 = R_3 = R_5 = R_6 = 1 \text{ kOM}</math> </p>	1.4.2.27	 <p data-bbox="981 705 1316 817"> <math>i_{01} = 2 \text{ A}; i_{02} = 6 \text{ A};</math>  <math>u_{04} = 3 \text{ B}; u_{06} = 2 \text{ B};</math>  <math>R_3 = R_5 = R_6 = R_7 = 1 \text{ OM}</math> </p>
1.4.2.28	 <p data-bbox="375 1254 726 1366"> <math>i_{02} = 8 \text{ mA}; i_{07} = 13 \text{ mA};</math>  <math>u_{03} = 2 \text{ B}; u_{05} = 5 \text{ B};</math>  <math>R_1 = R_3 = R_4 = R_6 = 1 \text{ kOM}</math> </p>	1.4.2.29	 <p data-bbox="981 1254 1316 1366"> <math>i_{04} = 10 \text{ mA}; i_{06} = 24 \text{ mA};</math>  <math>u_{01} = 6 \text{ B}; u_{02} = 1 \text{ B};</math>  <math>R_1 = R_3 = R_4 = R_7 = 1 \text{ kOM}</math> </p>
1.4.2.30	 <p data-bbox="375 1803 726 1915"> <math>i_{01} = 20 \text{ mA}; i_{02} = 9 \text{ mA};</math>  <math>u_{04} = 3 \text{ B}; u_{07} = 2 \text{ B};</math>  <math>R_3 = R_4 = R_5 = R_6 = 1 \text{ kOM}</math> </p>		



$k$ -го контура, при этом в сумму со знаком «+» входят задающие напряжения тех источников, у которых контурный ток  $k$ -го контура оказывается ориентированным от зажимов источников, помеченных знаком «+» (рис. 1.5.1, а), и со знаком «-» (рис. 1.5.1, б) – в противном случае.

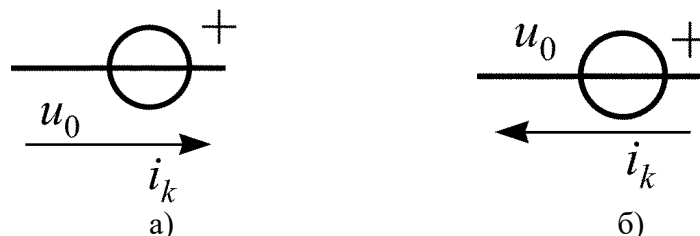


Рис. 1.5.1. Выбор знака источника напряжения

Метод контурных токов можно применять, когда в цепи помимо независимых имеются зависимые источники.

В задачах 1.5.0–1.5.30 (табл. 1.5) при расчете токов в ветвях заданной цепи методом контурных токов рекомендуется следующая последовательность действий:

выберите независимые контуры и покажите положительные направления контурных токов в них. Обратите внимание, что в схеме цепи есть источники тока. Пронумеруйте контурные токи;

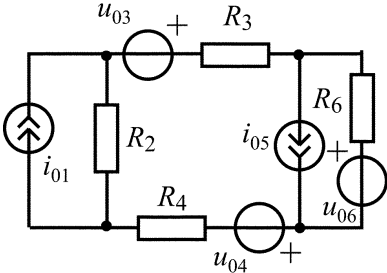
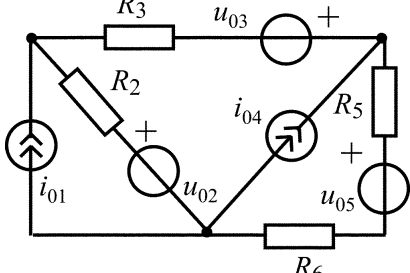
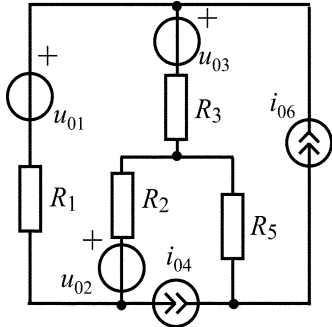
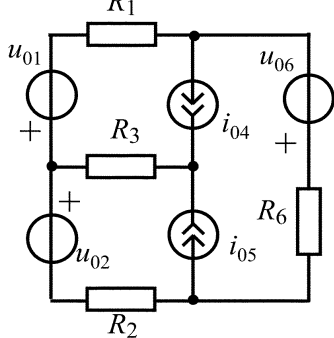
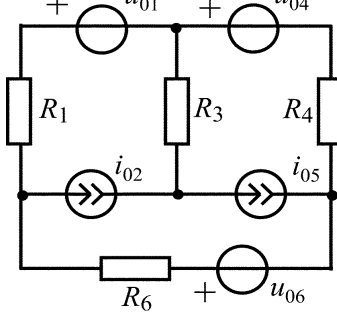
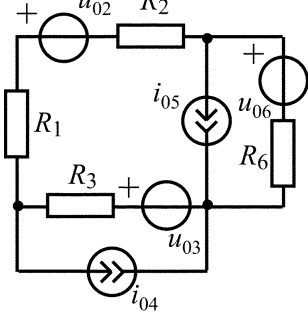
составьте каноническую систему контурных уравнений и выразите ее коэффициенты через параметры заданной цепи;

рассчитайте значения контурных токов, решив полученную систему уравнений;

найдите токи ветвей через контурные токи.

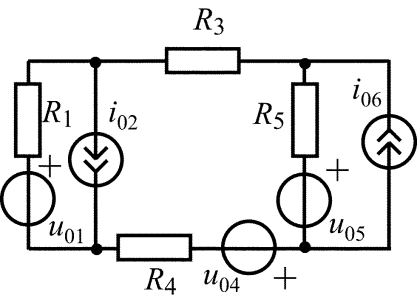
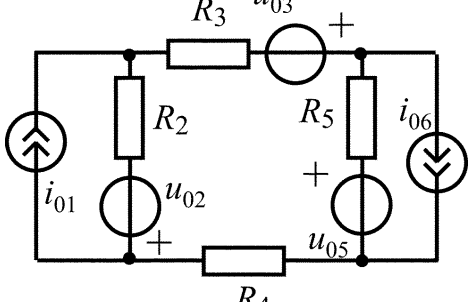
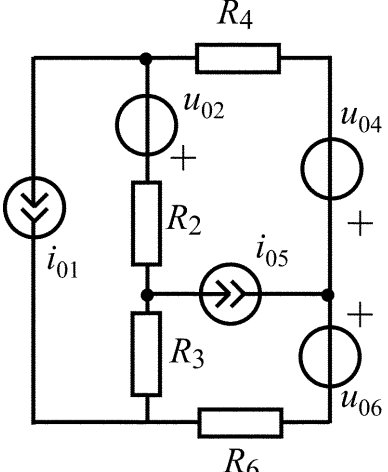
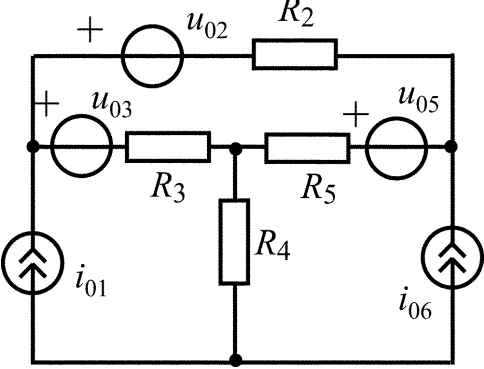
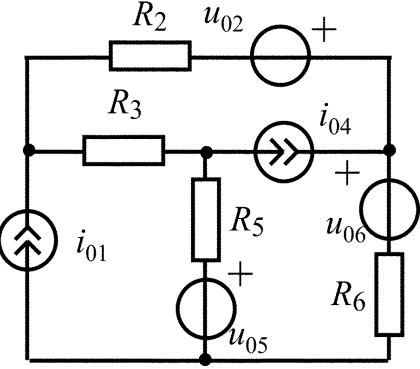
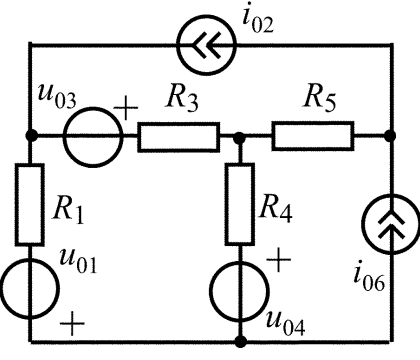
Таблица 1.5

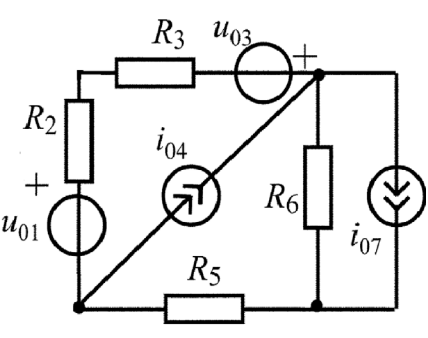
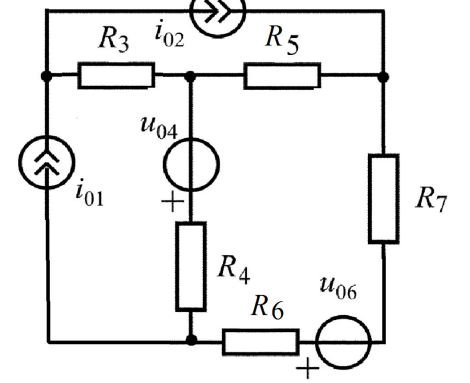
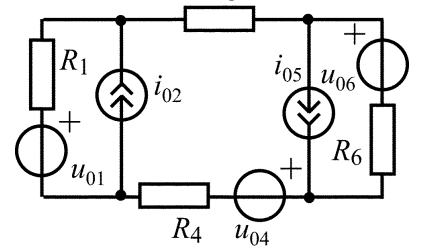
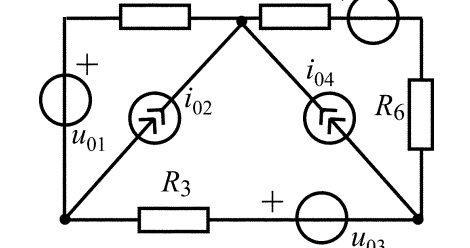
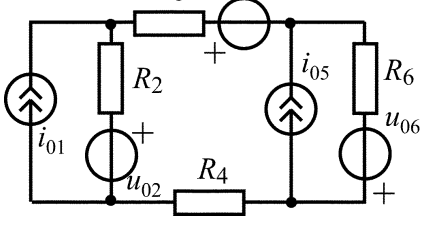
Вариант	Схема цепи	Вариант	Схема цепи
1.5.0	<p> <math>i_{02} = 1 \text{ mA}; i_{05} = 3 \text{ mA};</math>  <math>u_{01} = 3 \text{ B}; u_{04} = 24 \text{ B}; u_{06} = 1 \text{ B};</math>  <math>R_1 = R_3 = R_4 = R_6 = 1 \text{ кОм}</math> </p>	1.5.1	<p> <math>i_{02} = 1 \text{ mA}; i_{03} = 2 \text{ mA};</math>  <math>u_{01} = 4 \text{ B}; u_{04} = 1 \text{ B}; u_{06} = 28 \text{ B};</math>  <math>R_1 = R_4 = R_5 = R_6 = 1 \text{ кОм}</math> </p>

Вариант	Схема цепи	Вариант	Схема цепи
1.5.2	 <p data-bbox="405 680 751 831"> <math>i_{01} = 10 \text{ mA}; i_{05} = 8 \text{ mA};</math>  <math>u_{03} = 6 \text{ B};</math>  <math>u_{04} = 10 \text{ B}; u_{06} = 14 \text{ B};</math>  <math>R_2 = R_3 = R_4 = R_6 = 1 \text{ кОм}</math> </p>	1.5.3	 <p data-bbox="1011 663 1342 813"> <math>i_{01} = 5 \text{ A}; i_{04} = 3 \text{ A};</math>  <math>u_{02} = 20 \text{ B};</math>  <math>u_{03} = 12 \text{ B}; u_{05} = 7 \text{ B};</math>  <math>R_2 = R_3 = R_5 = R_6 = 1 \text{ Ом}</math> </p>
1.5.4	 <p data-bbox="411 1249 743 1400"> <math>i_{04} = 2 \text{ A}; i_{06} = 3 \text{ A};</math>  <math>u_{01} = 2 \text{ B};</math>  <math>u_{02} = 4 \text{ B}; u_{03} = 8 \text{ B};</math>  <math>R_1 = R_2 = R_3 = R_5 = 1 \text{ Ом}</math> </p>	1.5.5	 <p data-bbox="1002 1234 1350 1384"> <math>i_{04} = 9 \text{ mA}; i_{05} = 6 \text{ mA};</math>  <math>u_{01} = 12 \text{ B};</math>  <math>u_{02} = 2 \text{ B}; u_{06} = 1 \text{ B};</math>  <math>R_1 = R_2 = R_3 = R_6 = 1 \text{ кОм}</math> </p>
1.5.6	 <p data-bbox="405 1798 751 1948"> <math>i_{02} = 15 \text{ mA}; i_{05} = 8 \text{ mA};</math>  <math>u_{01} = 30 \text{ B};</math>  <math>u_{04} = 16 \text{ B}; u_{06} = 2 \text{ B};</math>  <math>R_1 = R_3 = R_4 = R_6 = 1 \text{ кОм}</math> </p>	1.5.7	 <p data-bbox="1002 1798 1350 1948"> <math>i_{04} = 2 \text{ mA}; i_{05} = 6 \text{ mA};</math>  <math>u_{02} = 18 \text{ B};</math>  <math>u_{03} = 2 \text{ B}; u_{06} = 20 \text{ B};</math>  <math>R_1 = R_2 = R_3 = R_6 = 1 \text{ кОм}</math> </p>

Вариант	Схема цепи	Вариант	Схема цепи
1.5.8	<p> <math>i_{01} = 9 \text{ mA}; i_{02} = 10 \text{ mA};</math>  <math>u_{06} = 40 \text{ B}; u_{07} = 10 \text{ B};</math>  <math>R_3 = R_4 = R_5 = R_8 = 1 \text{ kOM}</math> </p>	1.5.9	<p> <math>i_{02} = 7 \text{ A}; i_{06} = 4 \text{ A};</math>  <math>u_{01} = 14 \text{ B};</math>  <math>u_{03} = 3 \text{ B}; u_{05} = 8 \text{ B};</math>  <math>R_1 = R_3 = R_4 = R_5 = 1 \text{ OM}</math> </p>
1.5.10	<p> <math>i_{01} = 3 \text{ mA}; i_{06} = 1 \text{ mA};</math>  <math>u_{02} = 8 \text{ B}; u_{03} = 2 \text{ B};</math>  <math>R_3 = R_4 = R_6 = 1 \text{ kOM}</math> </p>	1.5.11	<p> <math>i_{02} = 4 \text{ A}; i_{07} = 2 \text{ A};</math>  <math>u_{01} = 8 \text{ B}; u_{04} = 4 \text{ B};</math>  <math>R_1 = R_3 = R_4 = R_6 = 1 \text{ OM}</math> </p>
1.5.12	<p> <math>i_{01} = 1 \text{ A}; i_{04} = 2 \text{ A};</math>  <math>u_{02} = 5 \text{ B};</math>  <math>u_{05} = 4 \text{ B}; u_{06} = 20 \text{ B};</math>  <math>R_2 = R_3 = R_5 = R_6 = 1 \text{ OM}</math> </p>	1.5.13	<p> <math>i_{02} = 3 \text{ A}; i_{06} = 5 \text{ A};</math>  <math>u_{01} = 30 \text{ B};</math>  <math>u_{03} = 4 \text{ B}; u_{05} = 2 \text{ B};</math>  <math>R_1 = R_3 = R_4 = R_5 = 1 \text{ OM}</math> </p>

Вариант	Схема цепи	Вариант	Схема цепи
1.5.14	<p> <math>i_{01} = 2 \text{ mA}; i_{02} = 6 \text{ mA};</math>  <math>u_{04} = 1 \text{ B};</math>  <math>u_{03} = 4 \text{ B}; u_{06} = 21 \text{ B};</math>  <math>R_3 = R_4 = R_5 = R_6 = 1 \text{ kOM}</math> </p>	1.5.15	<p> <math>i_{01} = 3 \text{ A}; i_{06} = 5 \text{ A};</math>  <math>u_{03} = 10 \text{ B};</math>  <math>u_{04} = 4 \text{ B}; u_{05} = 8 \text{ B};</math>  <math>R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = 1 \text{ OM}</math> </p>
1.5.16	<p> <math>i_{03} = 4 \text{ A}; i_{06} = 3 \text{ A};</math>  <math>u_{01} = 3 \text{ B};</math>  <math>u_{02} = 5 \text{ B}; u_{05} = 9 \text{ B};</math>  <math>R_1 = R_2 = R_4 = R_5 = 1 \text{ OM}</math> </p>	1.5.17	<p> <math>i_{02} = 2 \text{ mA}; i_{03} = 5 \text{ mA};</math>  <math>u_{01} = 1 \text{ B};</math>  <math>u_{04} = 16 \text{ B}; u_{06} = 10 \text{ B};</math>  <math>R_1 = R_4 = R_5 = R_6 = 1 \text{ kOM}</math> </p>
1.5.18	<p> <math>i_{01} = 4 \text{ A}; i_{06} = 1 \text{ A};</math>  <math>u_{02} = 10 \text{ B};</math>  <math>u_{04} = 3 \text{ B}; u_{05} = 8 \text{ B};</math>  <math>R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = 1 \text{ OM}</math> </p>	1.5.19	<p> <math>i_{01} = 12 \text{ mA}; i_{05} = 8 \text{ mA};</math>  <math>u_{02} = 20 \text{ B};</math>  <math>u_{03} = 16 \text{ B}; u_{06} = 4 \text{ B};</math>  <math>R_2 = R_3 = R_4 = R_6 = 1 \text{ kOM}</math> </p>

Вариант	Схема цепи	Вариант	Схема цепи
1.5.20	 <p> <math>i_{02} = 1 \text{ A}; i_{06} = 2 \text{ A};</math>  <math>u_{01} = 28 \text{ B};</math>  <math>u_{04} = 2 \text{ B}; u_{05} = 3 \text{ B};</math>  <math>R_1 = R_3 = R_4 = R_5 = 1 \text{ Ом}</math> </p>	1.5.21	 <p> <math>i_{01} = 2 \text{ mA}; i_{06} = 1 \text{ mA};</math>  <math>u_{02} = 3 \text{ B};</math>  <math>u_{03} = 34 \text{ B}; u_{05} = 2 \text{ B};</math>  <math>R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = 1 \text{ кОм}</math> </p>
1.5.22	 <p> <math>i_{01} = 6 \text{ mA}; i_{05} = 2 \text{ mA};</math>  <math>u_{02} = 3 \text{ B};</math>  <math>u_{04} = 25 \text{ B}; u_{06} = 2 \text{ B};</math>  <math>R_2 = R_3 = R_4 = R_6 = 1 \text{ кОм}</math> </p>	1.5.23	 <p> <math>i_{01} = 3 \text{ mA}; i_{06} = 2 \text{ mA};</math>  <math>u_{02} = 4 \text{ B};</math>  <math>u_{03} = 6 \text{ B}; u_{05} = 12 \text{ B};</math>  <math>R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = 1 \text{ кОм}</math> </p>
1.5.24	 <p> <math>i_{01} = 1 \text{ mA}; i_{04} = 7 \text{ mA};</math>  <math>u_{02} = 17 \text{ B};</math>  <math>u_{05} = 15 \text{ B}; u_{06} = 8 \text{ B};</math>  <math>R_2 = R_3 = R_5 = R_6 = 1 \text{ кОм}</math> </p>	1.5.25	 <p> <math>i_{02} = 3 \text{ A}; i_{06} = 1 \text{ A};</math>  <math>u_{01} = 2 \text{ B};</math>  <math>u_{03} = 16 \text{ B}; u_{04} = 4 \text{ B};</math>  <math>R_1 = R_3 = R_4 = R_5 = 1 \text{ Ом}</math> </p>

Вариант	Схема цепи	Вариант	Схема цепи
1.5.26	 <p data-bbox="375 761 726 884"> <math>i_{04} = 3 \text{ mA}; i_{07} = 2 \text{ mA};</math>  <math>u_{01} = 4 \text{ B}; u_{03} = 8 \text{ B};</math>  <math>R_2 = R_3 = R_5 = R_6 = 1 \text{ кОм}</math> </p>	1.5.27	 <p data-bbox="949 761 1348 884"> <math>i_{01} = 4 \text{ A}; i_{02} = 1 \text{ A};</math>  <math>u_{04} = 3 \text{ B}; u_{06} = 4 \text{ B};</math>  <math>R_3 = R_4 = R_5 = R_6 = R_7 = 1 \text{ Ом}</math> </p>
1.5.28	 <p data-bbox="375 1198 726 1355"> <math>i_{02} = 6 \text{ A}; i_{05} = 1 \text{ A};</math>  <math>u_{01} = 3 \text{ B};</math>  <math>u_{04} = 16 \text{ B}; u_{06} = 10 \text{ B};</math>  <math>R_1 = R_3 = R_4 = R_6 = 1 \text{ Ом}</math> </p>	1.5.29	 <p data-bbox="949 1198 1348 1355"> <math>i_{02} = 1 \text{ A}; i_{04} = 5 \text{ A};</math>  <math>u_{01} = 14 \text{ B};</math>  <math>u_{03} = 10 \text{ B}; u_{05} = 3 \text{ B};</math>  <math>R_1 = R_3 = R_5 = R_6 = 1 \text{ Ом}</math> </p>
1.5.30	 <p data-bbox="375 1657 726 1803"> <math>i_{01} = 3 \text{ mA}; i_{05} = 8 \text{ mA};</math>  <math>u_{02} = 10 \text{ B};</math>  <math>u_{03} = 2 \text{ B}; u_{06} = 5 \text{ B};</math>  <math>R_2 = R_3 = R_4 = R_6 = 1 \text{ кОм}</math> </p>		



## 1.6. Метод эквивалентного генератора

Метод эквивалентного генератора основан на теореме об эквивалентном генераторе и применяется для анализа электрических цепей, в которых требуется найти ток в одной пассивной ветви (нагрузке). Тогда цепь, внешняя по отношению к нагрузке, рассматривается как эквивалентный генератор напряжения (рис. 1.6, а) или как эквивалентный генератор тока (рис. 1.6, б).

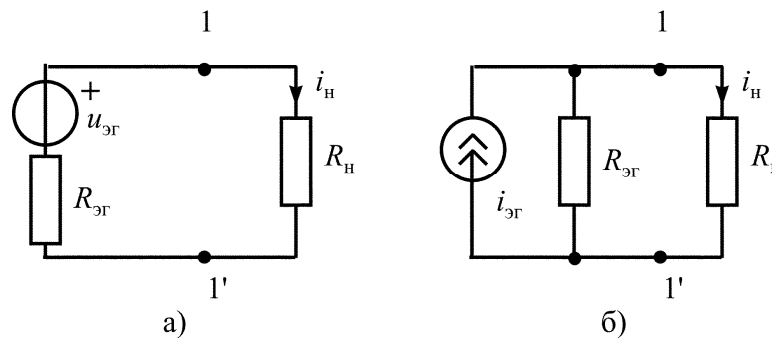


Рис. 1.6. Схемы эквивалентных генераторов: а) генератора напряжения; б) генератора тока

Эквивалентный генератор – это активный линейный двухполюсник, параметры которого определяются так:

$u_{\text{эГ}}$  – задающее напряжение генератора равно напряжению холостого хода ( $u_{\text{ХХ}}$ ) на разомкнутых зажимах (1, 1') активного двухполюсника;

$i_{\text{эГ}}$  – задающий ток генератора равен току короткого замыкания ( $i_{\text{КЗ}}$ ), проходящего через замкнутые накоротко зажимы (1, 1') активного двухполюсника;

$R_{\text{эГ}}$  – внутреннее сопротивление генератора равно эквивалентному входному сопротивлению, рассчитанному относительно разомкнутых зажимов (1, 1') пассивного двухполюсника, который получен из активного путем замены всех источников напряжения их внутренними сопротивлениями  $R_0 = 0$ , а также всех источников тока их внутренними сопротивлениями  $R_0 = \infty$ .

После определения параметров эквивалентного генератора рассчитывается ток в нагрузке по закону Ома:

$$i_{\text{Н}} = \frac{u_{\text{эГ}}}{R_{\text{эГ}} + R_{\text{Н}}}, \quad u_{\text{эГ}} = u_{\text{ХХ}} \text{ (рис. 1.6, а);}$$

$$i_{\text{Н}} = i_{\text{эГ}} \frac{R_{\text{эГ}}}{R_{\text{эГ}} + R_{\text{Н}}}, \quad i_{\text{эГ}} = i_{\text{КЗ}} \text{ (рис. 1.6, б).}$$

В задачах 1.6.0–1.6.30 (табл. 1.6) для расчета тока в ветви, указанного стрелкой на схеме заданной цепи, методом эквивалентного генератора рекомендуется следующая последовательность действий:

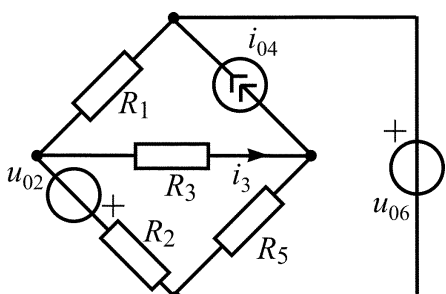
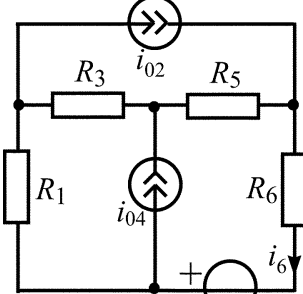
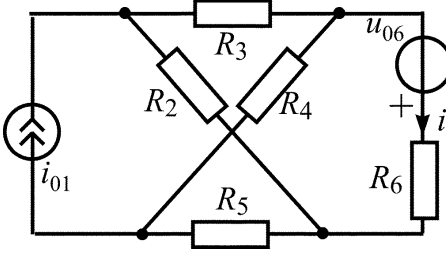
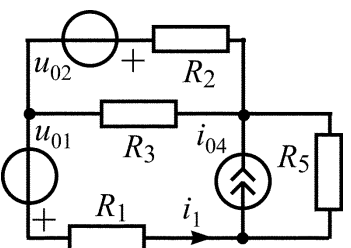
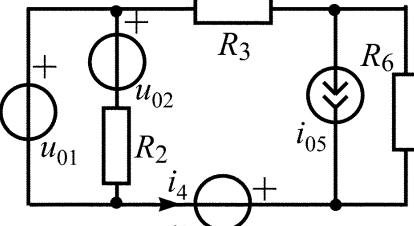
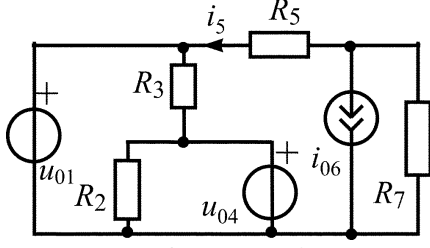
нарисуйте схему эквивалентного генератора напряжения (рис. 1.6, а), заменив  $R_{\text{Н}}$  сопротивлением в указанной ветви;

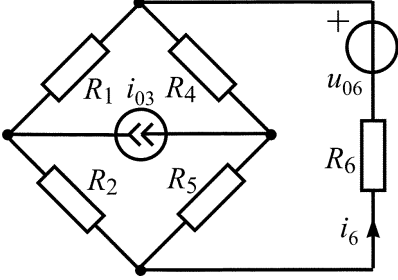
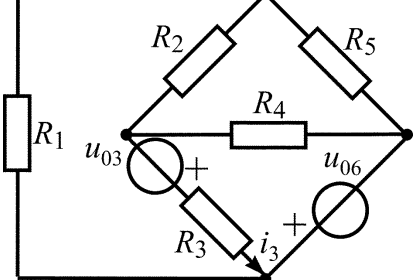
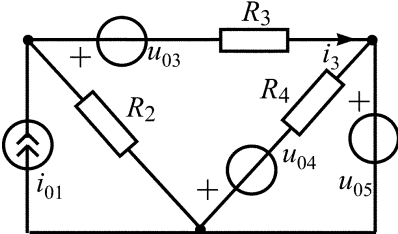
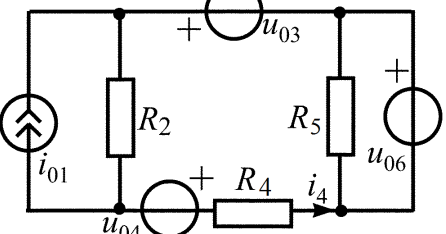
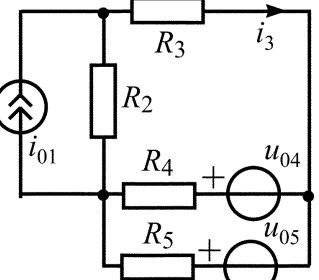
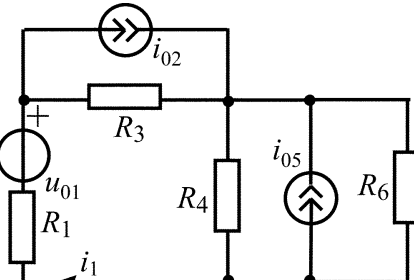
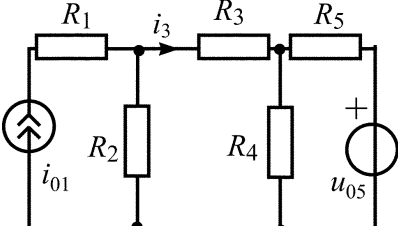
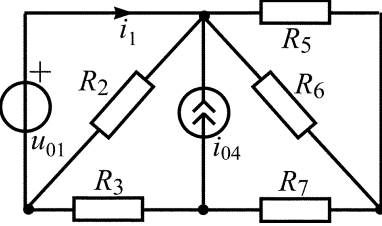
рассчитайте по второму закону Кирхгофа напряжение  $u_{xx} = u_{ЭГ}$ , исключив резистивное сопротивление в указанной ветви и выбрав положительное направление  $u_{xx}$ , совпадающее с направлением искомого тока;

рассчитайте сопротивление  $R_{ЭГ}$  относительно разомкнутых зажимов ветви, заменив в оставшейся цепи все источники их внутренними сопротивлениями;

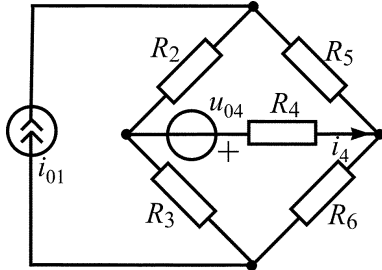
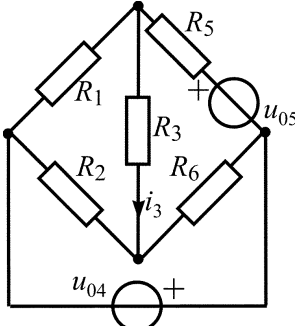
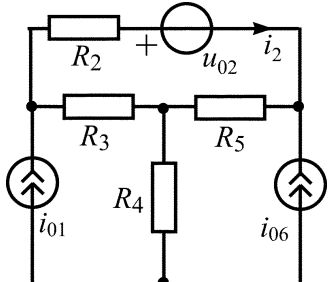
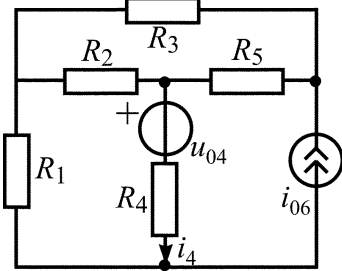
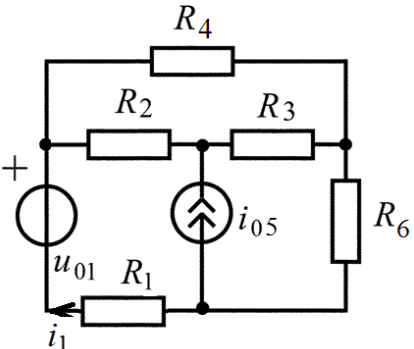
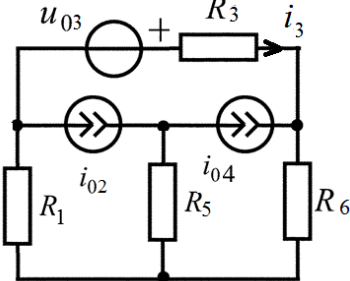
рассчитайте искомый ток в ветви по закону Ома (рис.1.6, а).

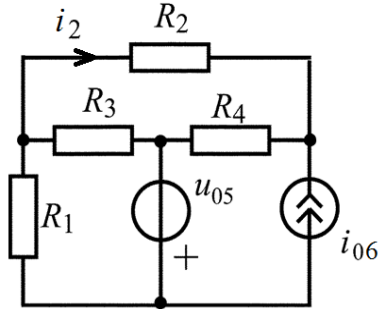
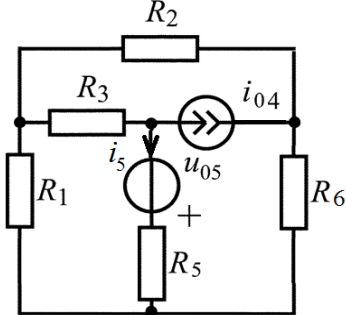
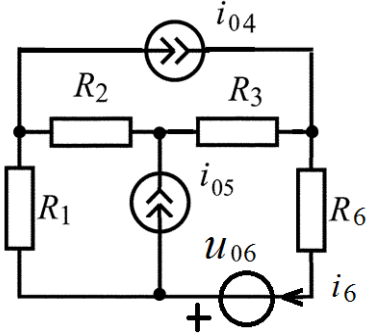
Таблица 1.6

Вариант	Схема цепи	Вариант	Схема цепи
1.6.0	 <p> <math>u_{02} = u_{06} = 2 \text{ В};</math>  <math>i_{04} = 2 \text{ мА};</math>  <math>R_1 = R_2 = 4 \text{ кОм};</math>  <math>R_3 = 1 \text{ кОм}; R_5 = 2 \text{ кОм}</math> </p>	1.6.1	 <p> <math>u_{06} = 4 \text{ В}; i_{02} = 4 \text{ мА};</math>  <math>i_{04} = 2 \text{ мА};</math>  <math>R_1 = R_6 = 4 \text{ кОм};</math>  <math>R_3 = 8 \text{ кОм}; R_5 = 12 \text{ кОм}</math> </p>
1.6.2	 <p> <math>u_{06} = 15 \text{ В}; i_{01} = 2 \text{ А};</math>  <math>R_3 = R_5 = 20 \text{ Ом};</math>  <math>R_2 = R_4 = 30 \text{ Ом};</math>  <math>R_6 = 25 \text{ Ом}</math> </p>	1.6.3	 <p> <math>u_{01} = 30 \text{ В}; u_{02} = 32 \text{ В};</math>  <math>i_{04} = 2 \text{ мА};</math>  <math>R_1 = R_5 = 1 \text{ кОм};</math>  <math>R_2 = R_3 = 4 \text{ кОм}</math> </p>
1.6.4	 <p> <math>u_{01} = 12 \text{ В}; u_{02} = 24 \text{ В};</math>  <math>u_{04} = 36 \text{ В};</math>  <math>i_{05} = 2 \text{ мА};</math>  <math>R_2 = R_3 = R_6 = 2 \text{ кОм}</math> </p>	1.6.5	 <p> <math>u_{01} = 4 \text{ В}; u_{04} = 2 \text{ В};</math>  <math>i_{06} = 4 \text{ мА};</math>  <math>R_2 = R_3 = R_5 = R_7 = 2 \text{ кОм}</math> </p>

Вариант	Схема цепи	Вариант	Схема цепи
1.6.6	 <p> <math>u_{06} = 20 \text{ В}; i_{03} = 18 \text{ мА};</math>  <math>R_1 = R_4 = R_6 = 4 \text{ кОм};</math>  <math>R_2 = R_5 = 8 \text{ кОм}</math> </p>	1.6.7	 <p> <math>u_{03} = 12 \text{ В}; u_{06} = 48 \text{ В};</math>  <math>R_1 = R_5 = 16 \text{ кОм}; R_2 = 4 \text{ кОм};</math>  <math>R_3 = 2 \text{ кОм}; R_4 = 12 \text{ кОм}</math> </p>
1.6.8	 <p> <math>u_{03} = u_{04} = u_{05} = 4 \text{ В};</math>  <math>i_{01} = 5 \text{ мА};</math>  <math>R_2 = R_3 = R_4 = 2 \text{ кОм}</math> </p>	1.6.9	 <p> <math>u_{03} = u_{04} = u_{06} = 10 \text{ В};</math>  <math>i_{01} = 4 \text{ мА};</math>  <math>R_2 = R_4 = R_5 = 2 \text{ кОм}</math> </p>
1.6.10	 <p> <math>u_{04} = 20 \text{ В}; u_{05} = 10 \text{ В};</math>  <math>i_{01} = 15 \text{ мА};</math>  <math>R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = 2 \text{ кОм}</math> </p>	1.6.11	 <p> <math>u_{01} = 30 \text{ В}; i_{02} = 2 \text{ мА};</math>  <math>i_{05} = 5 \text{ мА}; R_1 = 1,6 \text{ кОм};</math>  <math>R_3 = 1 \text{ кОм}; R_4 = 4 \text{ кОм}; R_6 = 6 \text{ кОм}</math> </p>
1.6.12	 <p> <math>u_{05} = 2 \text{ В}; i_{01} = 5 \text{ мА};</math>  <math>R_1 = R_2 = R_4 = R_5 = 2 \text{ кОм};</math>  <math>R_3 = 1 \text{ кОм}</math> </p>	1.6.13	 <p> <math>u_{01} = 200 \text{ В}; i_{04} = 40 \text{ мА};</math>  <math>R_2 = 20 \text{ кОм}; R_3 = R_7 = 6 \text{ кОм};</math>  <math>R_5 = R_6 = 16 \text{ кОм}</math> </p>

Вариант	Схема цепи	Вариант	Схема цепи
1.6.14	<p> <math>u_{03} = u_{06} = 20 \text{ В};</math>  <math>R_1 = R_2 = R_3 = 4 \text{ кОм};</math>  <math>R_4 = R_5 = 8 \text{ кОм}</math> </p>	1.6.15	<p> <math>u_{03} = u_{04} = u_{06} = 10 \text{ В};</math>  <math>R_1 = R_6 = 0,5 \text{ кОм};</math>  <math>R_2 = R_5 = 1 \text{ кОм}</math> </p>
1.6.16	<p> <math>u_{04} = 24 \text{ В};</math>  <math>i_{01} = 36 \text{ мА}; i_{06} = 16 \text{ мА};</math>  <math>R_2 = R_3 = R_5 = 2 \text{ кОм}</math> </p>	1.6.17	<p> <math>u_{06} = 40 \text{ В}; i_{01} = 20 \text{ мА};</math>  <math>R_2 = 8 \text{ кОм}; R_3 = 12 \text{ кОм};</math>  <math>R_4 = 2 \text{ кОм}; R_5 = 4 \text{ кОм};</math>  <math>R_6 = 16 \text{ кОм}</math> </p>
1.6.18	<p> <math>u_{04} = 120 \text{ В}; i_{06} = 36 \text{ мА};</math>  <math>R_1 = R_2 = 8 \text{ кОм};</math>  <math>R_3 = R_5 = 4 \text{ кОм}</math> </p>	1.6.19	<p> <math>u_{01} = 24 \text{ В}; u_{04} = 32 \text{ В};</math>  <math>R_1 = R_2 = R_3 = R_5 = R_6 = R_7 = 8 \text{ кОм}</math> </p>
1.6.20	<p> <math>u_{01} = 20 \text{ В}; u_{02} = 70 \text{ В};</math>  <math>i_{05} = 1 \text{ А};</math>  <math>R_2 = R_4 = 50 \text{ Ом};</math>  <math>R_1 = R_3 = 100 \text{ Ом}</math> </p>	1.6.21	<p> <math>u_{01} = 50 \text{ В}; u_{06} = 30 \text{ В};</math>  <math>R_2 = R_5 = 20 \text{ Ом};</math>  <math>R_3 = R_4 = 30 \text{ Ом}; R_6 = 16 \text{ Ом}</math> </p>

Вариант	Схема цепи	Вариант	Схема цепи
1.6.22	 <p> <math>u_{04} = 13 \text{ В};</math>  <math>i_{01} = 10 \text{ мА};</math>  <math>R_2 = 4 \text{ кОм}; R_3 = 3 \text{ кОм};</math>  <math>R_4 = 1,5 \text{ кОм}; R_5 = 1 \text{ кОм};</math>  <math>R_6 = 2 \text{ кОм}</math> </p>	1.6.23	 <p> <math>u_{04} = 200 \text{ В}; u_{05} = 50 \text{ В};</math>  <math>R_1 = 2 \text{ кОм}; R_2 = 1 \text{ кОм};</math>  <math>R_3 = 8 \text{ кОм}; R_5 = 3 \text{ кОм};</math>  <math>R_6 = 4 \text{ кОм}</math> </p>
1.6.24	 <p> <math>u_{02} = 16 \text{ В};</math>  <math>i_{01} = 24 \text{ мА}; i_{06} = 16 \text{ мА};</math>  <math>R_2 = R_5 = 4 \text{ кОм};</math>  <math>R_3 = R_4 = 8 \text{ кОм}</math> </p>	1.6.25	 <p> <math>u_{04} = 120 \text{ В};</math>  <math>i_{06} = 20 \text{ мА};</math>  <math>R_1 = R_2 = 20 \text{ кОм}; R_3 = 12 \text{ кОм};</math>  <math>R_4 = 40 \text{ кОм}; R_5 = 8 \text{ кОм}</math> </p>
1.6.26	 <p> <math>u_{01} = 16 \text{ В};</math>  <math>i_{05} = 4 \text{ мА};</math>  <math>R_2 = R_4 = 4 \text{ кОм};</math>  <math>R_1 = 1 \text{ кОм}; R_3 = R_6 = 8 \text{ кОм}</math> </p>	1.6.27	 <p> <math>u_{03} = 4 \text{ В};</math>  <math>i_{02} = 8 \text{ мА}; i_{04} = 12 \text{ мА};</math>  <math>R_1 = R_3 = R_5 = R_6 = 2 \text{ кОм};</math> </p>

Вариант	Схема цепи	Вариант	Схема цепи
1.6.28	 <p style="text-align: center;"> <math>u_{05} = 8 \text{ В};</math>  <math>i_{06} = 8 \text{ мА};</math>  <math>R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 8 \text{ кОм}</math> </p>	1.6.29	 <p style="text-align: center;"> <math>u_{05} = 16 \text{ В};</math>  <math>i_{04} = 6 \text{ мА};</math>  <math>R_1 = R_2 = R_3 = R_5 = R_6 = 6 \text{ кОм}</math> </p>
1.6.30	 <p style="text-align: center;"> <math>u_{06} = 8 \text{ В};</math>  <math>i_{04} = 4 \text{ мА}; i_{05} = 2 \text{ мА};</math>  <math>R_1 = R_2 = R_3 = R_6 = 4 \text{ кОм}</math> </p>		

### Контрольные вопросы

1. Какой элемент электрической цепи называют резистивным сопротивлением?
2. Какие элементы электрической цепи называют реактивными? В чем их отличительная особенность?
3. Как учитываются элементы индуктивности и емкости при расчете цепей в режиме постоянного тока?
4. Чем определяется запас энергии в индуктивности, в емкости?
5. Какие источники электромагнитной энергии называются независимыми?
6. Что называется источником напряжения, источником тока?
7. Когда два генератора можно считать эквивалентными? Как пересчитать генератор напряжения в эквивалентный ему генератор тока и наоборот?
8. Какое соединение элементов называется последовательным, какое – параллельным?

9. Сформулируйте первый закон Кирхгофа. Сколько независимых уравнений можно составить по первому закону Кирхгофа? Как выбираются знаки токов в уравнениях?

10. Сформулируйте второй закон Кирхгофа. Сколько независимых уравнений можно составить по второму закону Кирхгофа? Как в них выбираются знаки напряжений?

11. Относительно каких неизвестных составляются уравнения токов ветвей? Чему равно общее число этих уравнений?

12. Каков порядок анализа цепи методом токов ветвей?

13. Сформулируйте принцип наложения. Какие цепи подчиняются этому принципу?

14. Каков порядок анализа цепи методом наложения?

15. Как проверяется правильность расчета цепи с помощью баланса мощностей?

16. Относительно каких неизвестных составляются уравнения узловых напряжений? Что понимают под узловым напряжением  $k$ -го узла?

17. Запишите систему узловых уравнений  $N$ -го порядка в канонической форме.

18. Как рассчитывается собственная проводимость  $k$ -го узла  $G_{kk}$ ? Как рассчитывается взаимная проводимость  $G_{kl}$  между  $k$ -м и  $l$ -м узлами? Для каких цепей  $G_{kl} = G_{lk}$ ?

19. Как составляются правые части уравнений узловых напряжений?

20. Как учитываются источники напряжения в уравнениях узловых напряжений?

21. Относительно каких неизвестных составляются уравнения контурных токов? Что понимают под контурным током  $k$ -го контура?

22. Запишите систему контурных уравнений  $N$ -го порядка в канонической форме.

23. Как рассчитывается собственное сопротивление  $k$ -го контура  $R_{kk}$ ? Как рассчитывается взаимное сопротивление  $R_{kl}$  общей ветви для  $k$ -го и  $l$ -го контуров и как определяется знак, с которым  $R_{kl}$  записывается в уравнение? Для каких цепей  $R_{kl} = R_{lk}$ ?

24. Как составляются правые части уравнений контурных токов?

25. Как учитываются источники тока в уравнениях контурных токов?

26. В каких задачах целесообразно использовать метод эквивалентного генератора?

27. Как рассчитываются параметры эквивалентного генератора напряжения?

28. Как рассчитываются параметры эквивалентного генератора тока?

## 2. СИМВОЛИЧЕСКИЙ МЕТОД АНАЛИЗА ГАРМОНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

Мгновенные значения гармонических колебаний изменяются по закону

$$s(t) = S_m \cos(\omega t + \Psi),$$

где  $S_m$  – амплитуда колебаний – наибольшее по абсолютному значению отклонение колеблющейся величины;

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \text{ – угловая частота колебаний – число циклов колебаний}$$

в интервале, равном  $2\pi$  единицам времени;

$T$  – период колебаний – наименьшее значение времени, после которого процесс полностью повторяется;

$$f = \frac{1}{T} \text{ – циклическая частота колебаний – число циклов колебаний}$$

в единицу времени;

$\Psi$  – начальная фаза колебаний, равна значению фазы колебаний  $\Phi = \omega t + \Psi$  в момент  $t = 0$ , может быть как положительной, так и отрицательной вещественной безразмерной величиной.

Для анализа режима гармонических колебаний в линейных электрических цепях (ЛЭЦ) используется символический метод (метод комплексных амплитуд), основанный на замене операций над косинусоидальными функциями, описывающими колебания, операциями над комплексными числами, содержащими полную информацию о параметрах колебаний. Тогда при условии, что в любой ЛЭЦ все гармонические колебания имеют одну и ту же известную частоту  $\omega$ , мгновенное значение колебания  $s(t) = S_m \cos(\omega t + \Psi)$  можно заменить его комплексной амплитудой  $\dot{S}_m = S_m e^{j\Psi}$ .

### 2.1. Комплексные сопротивления и проводимости пассивных двухполюсников

Для линейного пассивного двухполюсника (рис. 2.1.1) в режиме гармонических колебаний мгновенные значения напряжения и тока на его входе имеют следующий вид:

$$\begin{cases} u = U_m \cos(\omega t + \psi_u); \\ i = I_m \cos(\omega t + \psi_i). \end{cases}$$



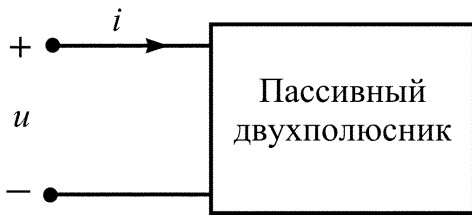


Рис. 2.1.1. Пассивный двухполюсник в режиме гармонических колебаний

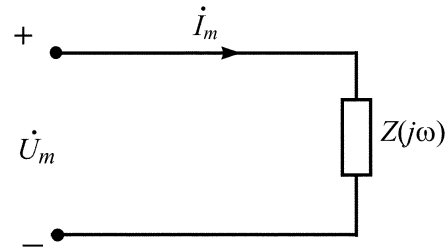


Рис. 2.1.2. Схема замещения пассивного двухполюсника в символической форме

При символическом методе анализа колебаний в пассивном двухполюснике (рис. 2.1.2) используются комплексные амплитуды напряжения  $\dot{U}_m = U_m e^{j\Psi_u}$  и тока  $\dot{I}_m = I_m e^{j\Psi_i}$ . Отношение комплексных амплитуд напряжения и тока на входе двухполюсника называется комплексным сопротивлением двухполюсника и обозначается

$$Z(j\omega) = \frac{\dot{U}_m}{\dot{I}_m} = \frac{1}{Y(j\omega)},$$

где  $Y(j\omega)$  – комплексная проводимость двухполюсника.

Для пассивных элементов  $R, L, C$  выполняются следующие соотношения между комплексными амплитудами колебаний напряжения и тока:

$$\begin{aligned} Z_R(j\omega) &= \frac{\dot{U}_{mR}}{\dot{I}_m} = R; & Y_R(j\omega) &= \frac{\dot{I}_m}{\dot{U}_{mR}} = \frac{1}{R} = G; \\ Z_L(j\omega) &= \frac{\dot{U}_{mL}}{\dot{I}_m} = j\omega L; & Y_L(j\omega) &= \frac{\dot{I}_m}{\dot{U}_{mL}} = \frac{1}{j\omega L} = -j \frac{1}{\omega L}; \\ Z_C(j\omega) &= \frac{\dot{U}_{mC}}{\dot{I}_m} = \frac{1}{j\omega C} = -j \frac{1}{\omega C}; & Y_C(j\omega) &= \frac{\dot{I}_m}{\dot{U}_{mC}} = j\omega C. \end{aligned}$$

В задачах 2.1.0–2.1.11 (табл. 2.1.1) рассчитайте комплексное сопротивление двухполюсника, если заданы мгновенные значения напряжения и тока на его входе. Нарисуйте схему и найдите параметры элементов простейшей последовательной цепи, имеющей такое комплексное сопротивление.

Таблица 2.1.1

Вариант	Задано	Вариант	Задано
2.1.0	$i(t) = 0,05 \cos(10^5 t + 25^\circ), \text{ А}$ $u(t) = 50 \cos(10^5 t - 20^\circ), \text{ В}$	2.1.1	$i(t) = 0,04 \cos(10^5 t - 20^\circ), \text{ А}$ $u(t) = 20 \cos(10^5 t - 65^\circ), \text{ В}$

Вариант	Задано	Вариант	Задано
2.1.2	$i(t) = 0,04 \cos(10^5 t + 15^\circ), \text{ A}$ $u(t) = 40 \cos(10^5 t - 30^\circ), \text{ B}$	2.1.3	$i(t) = 10 \cos\left(10^4 t - \frac{\pi}{6}\right), \text{ mA}$ $u(t) = 20 \cos\left(10^4 t + \frac{\pi}{6}\right), \text{ B}$
2.1.4	$i(t) = 5 \cos\left(10^4 t + \frac{\pi}{2}\right), \text{ mA}$ $u(t) = 25 \cos\left(10^4 t + \frac{\pi}{3}\right), \text{ B}$	2.1.5	$i(t) = 0,2 \cos\left(10^5 t + \frac{\pi}{4}\right), \text{ A}$ $u(t) = 10 \cos 10^5 t, \text{ B}$
2.1.6	$i(t) = 0,02 \cos\left(10^4 t + \frac{\pi}{3}\right), \text{ A}$ $u(t) = 60 \cos\left(10^4 t + \frac{2\pi}{3}\right), \text{ B}$	2.1.6	$i(t) = 0,2 \cos(10^5 t - \pi), \text{ A}$ $u(t) = 6 \cos\left(10^5 t - \frac{3}{4}\pi\right), \text{ B}$
2.1.8	$i(t) = 1,1 \cos\left(10^4 t + \frac{\pi}{6}\right), \text{ mA}$ $u(t) = 4,4 \cos\left(10^4 t + \frac{\pi}{3}\right), \text{ B}$	2.1.9	$i(t) = 0,04 \cos(10^5 t - 65^\circ), \text{ A}$ $u(t) = 20 \cos(10^5 t - 20^\circ), \text{ B}$
2.1.10	$i(t) = 10 \cos\left(10^4 t - \frac{\pi}{6}\right), \text{ mA}$ $u(t) = 30 \cos\left(10^4 t - \frac{\pi}{3}\right), \text{ B}$	2.1.11	$i(t) = 8 \cos(10^4 t + 60^\circ), \text{ mA}$ $u(t) = 40 \cos(10^4 t + 90^\circ), \text{ B}$

В задачах 2.1.12–2.1.19 (табл. 2.1.2) рассчитайте комплексную проводимость двухполюсника, если заданы мгновенные значения напряжения и тока на его входе. Нарисуйте схему и найдите параметры элементов простейшей параллельной цепи, имеющей такую комплексную проводимость.

Таблица 2.1.2

Вариант	Задано	Вариант	Задано
2.1.12	$i(t) = 10 \cos\left(10^4 t + \frac{\pi}{2}\right), \text{ mA}$ $u(t) = 2 \cos\left(10^4 t + \frac{\pi}{4}\right), \text{ B}$	2.1.13	$i(t) = 0,03 \cos\left(10^5 t + \frac{\pi}{6}\right), \text{ A}$ $u(t) = 5 \cos\left(10^5 t - \frac{\pi}{6}\right), \text{ B}$

Вариант	Задано	Вариант	Задано
2.1.14	$i(t) = 4 \cos(10^5 t + 98^\circ)$ , А $u(t) = 40 \cos(10^5 t + 158^\circ)$ , В	2.1.15	$i(t) = 0,16 \cos(10^4 t - 114^\circ)$ , А $u(t) = 32 \cos(10^4 t - 144^\circ)$ , В
2.1.16	$i(t) = 50 \cos\left(10^4 t + \frac{\pi}{2}\right)$ , мА $u(t) = 25 \cos\left(10^4 t + \frac{\pi}{3}\right)$ , В	2.1.17	$i(t) = 0,4 \cos\left(10^5 t + \frac{\pi}{3}\right)$ , А $u(t) = 20 \cos 10^5 t$ , В
2.1.18	$i(t) = 0,05 \cos(10^5 t + 30^\circ)$ , А $u(t) = 50 \cos(10^5 t - 30^\circ)$ , В	2.1.19	$i(t) = 0,2 \cos(10^5 t - \pi)$ , А $u(t) = 20 \cos\left(10^5 t - \frac{3}{4}\pi\right)$ , В

В задачах 2.1.20–2.1.30 (табл. 2.1.3) нарисуйте схему и рассчитайте параметры элементов простейшей последовательной цепи, имеющей заданное комплексное сопротивление двухполюсника. Найдите ток  $i(t)$  на его входе.

Таблица 2.1.3

Вариант	Задано	Вариант	Задано
2.1.20	$Z(j\omega) = 10^3 e^{j45^\circ}$ , Ом $u(t) = 20 \cos(10^4 t + 20^\circ)$ , В	2.1.21	$Z(j\omega) = 10 e^{j30^\circ}$ , кОм $u(t) = 30 \cos(10^4 t - 60^\circ)$ , В
2.1.22	$Z(j\omega) = 150 e^{j60^\circ}$ , Ом $u(t) = 15 \cos(10^4 t - 50^\circ)$ , В	2.1.23	$Z(j\omega) = 180 e^{-j45^\circ}$ , Ом $u(t) = 36 \cos(10^4 t + 25^\circ)$ , В
2.1.24	$Z(j\omega) = 5 \cdot 10^3 e^{-j30^\circ}$ , Ом $u(t) = 20 \cos(10^4 t + 75^\circ)$ , В	2.1.25	$Z(j\omega) = 3,6 e^{j\frac{\pi}{4}}$ , Ом $u(t) = 18 \cos\left(10^4 t + \frac{\pi}{2}\right)$ , В
2.1.26	$Z(j\omega) = 2,5 e^{-j\frac{\pi}{3}}$ , кОм $u(t) = 25 \cos\left(10^4 t - \frac{\pi}{10}\right)$ , В	2.1.27	$Z(j\omega) = 2,4 e^{-j\frac{\pi}{4}}$ , кОм $u(t) = 48 \cos\left(10^4 t + \frac{\pi}{5}\right)$ , В
2.1.28	$Z(j\omega) = 50 e^{j\frac{\pi}{6}}$ , Ом $u(t) = 100 \cos\left(10^4 t + \frac{\pi}{3}\right)$ , В	2.1.29	$Z(j\omega) = 200 e^{-j60^\circ}$ , Ом $u(t) = 40 \cos(10^4 t - 85^\circ)$ , В
2.1.30	$Z(j\omega) = 200 e^{-j30^\circ}$ , Ом $u(t) = 20 \cos(10^4 t - 80^\circ)$ , В		

## 2.2. Символический метод анализа гармонических колебаний в разветвленных цепях

В задачах 2.2.0–2.2.30 (табл. 2.2) при расчете токов ветвей заданной цепи символическим методом рекомендуется следующая последовательность действий:

запишите комплексную амплитуду и комплексное действующее значение воздействия;

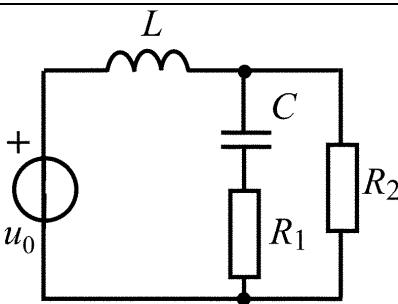
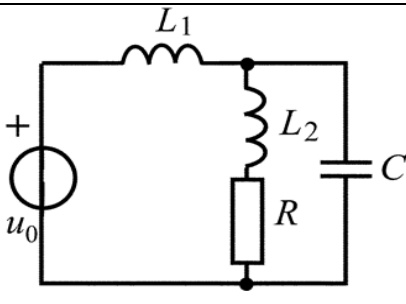
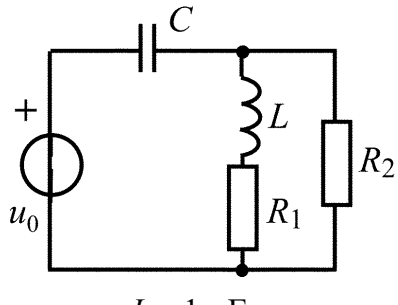
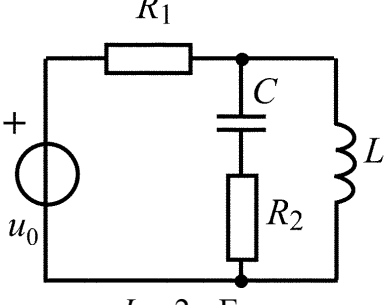
рассчитайте комплексные сопротивления элементов цепи;

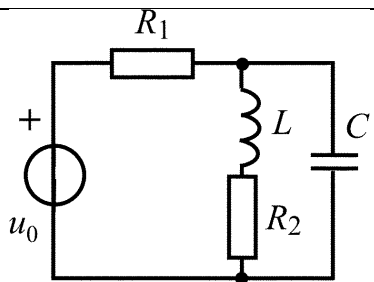
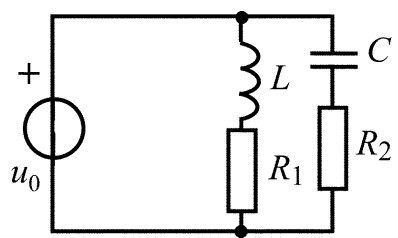
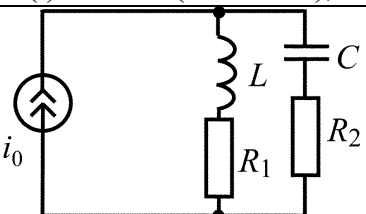
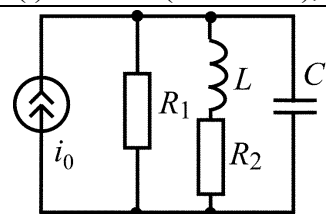
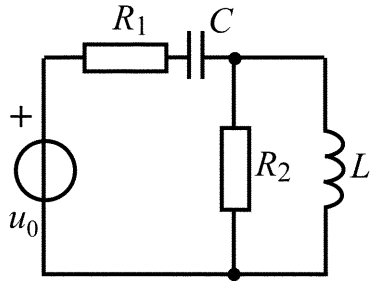
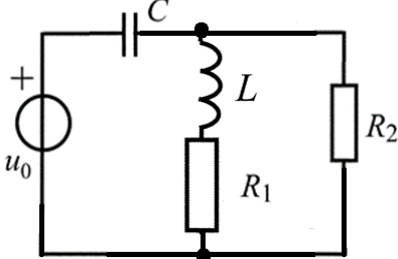
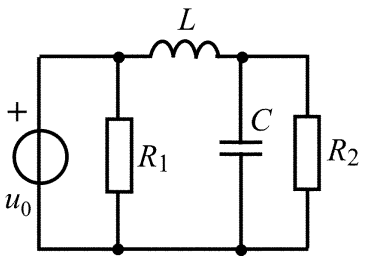
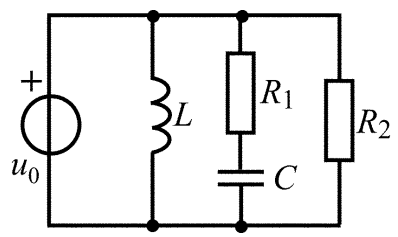
рассчитайте методом эквивалентных преобразований комплексные действующие значения токов ветвей цепи;

запишите мгновенные значения токов ветвей цепи;

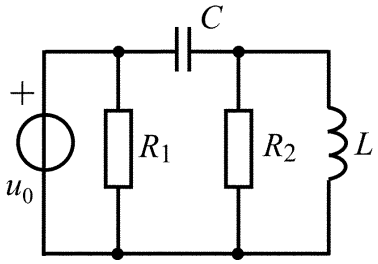
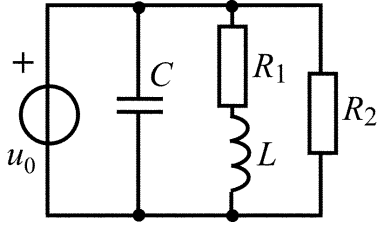
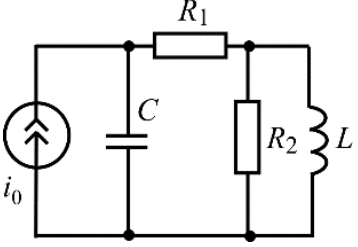
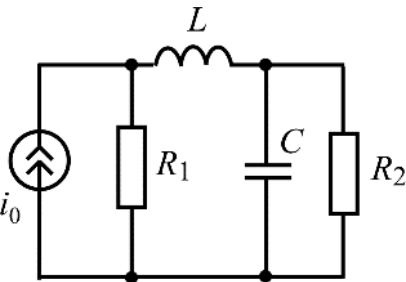
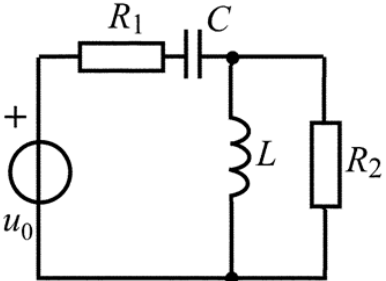
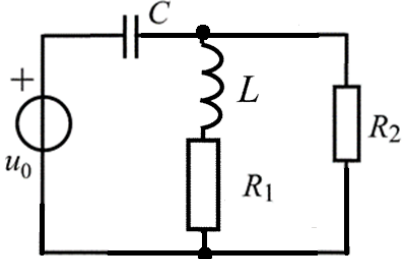
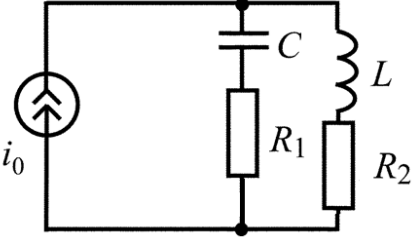
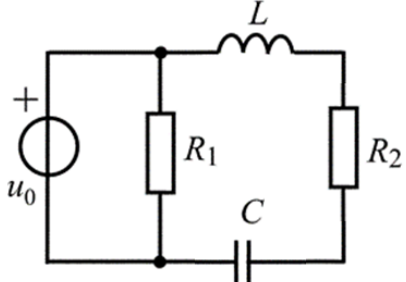
сделайте проверку правильного расчета с помощью баланса мощностей, для чего рассчитайте комплексную  $\tilde{S}$ , среднюю (активную)  $P$  и реактивную  $Q$  мощности.

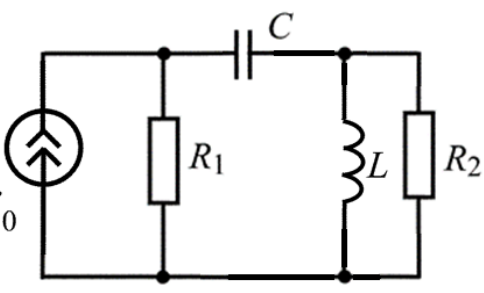
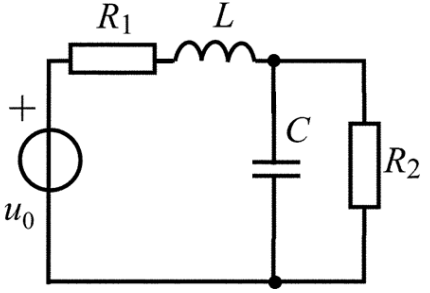
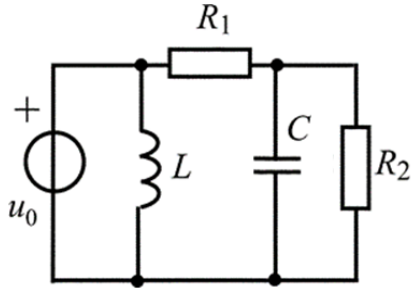
Таблица 2.2

Вариант	Схема цепи	Вариант	Схема цепи
2.2.0	 <p style="text-align: center;"> <math>L = 0,2 \text{ мГн};</math>  <math>C = 0,1 \text{ мкФ};</math>  <math>R_1 = R_2 = 100 \text{ Ом};</math>  <math>u_0(t) = 12 \cos(10^5 t - 20^\circ), \text{ В}</math> </p>	2.2.1	 <p style="text-align: center;"> <math>L_1 = L_2 = 1 \text{ мГн};</math>  <math>C_2 = 0,1 \text{ мкФ}; R = 100 \text{ Ом};</math>  <math>u_0(t) = 50 \cos(10^5 t + 60^\circ), \text{ В}</math> </p>
2.2.2	 <p style="text-align: center;"> <math>L = 1 \text{ мГн};</math>  <math>C = 0,5 \text{ мкФ};</math>  <math>R_1 = R_2 = 100 \text{ Ом};</math>  <math>u_0(t) = 60 \cos(10^5 t - 60^\circ), \text{ В}</math> </p>	2.2.3	 <p style="text-align: center;"> <math>L = 2 \text{ мГн};</math>  <math>C = 0,1 \text{ мкФ};</math>  <math>R_1 = R_2 = 100 \text{ Ом};</math>  <math>u_0(t) = 80 \cos(10^5 t + 25^\circ), \text{ В}</math> </p>

Вариант	Схема цепи	Вариант	Схема цепи
2.2.4	 <p> <math>L = 2 \text{ мГн};</math>  <math>C = 0,025 \text{ мкФ};</math>  <math>R_1 = 100 \text{ Ом}; R_2 = 200 \text{ Ом};</math>  <math>u_0(t) = 15 \cos(10^5 t + 30^\circ), \text{ В}</math> </p>	2.2.5	 <p> <math>L = 2 \text{ мГн};</math>  <math>C = 0,05 \text{ мкФ};</math>  <math>R_1 = R_2 = 200 \text{ Ом};</math>  <math>u_0(t) = 40 \cos(10^5 t - 20^\circ), \text{ В}</math> </p>
2.2.6	 <p> <math>L = 4 \text{ мГн};</math>  <math>C = 0,025 \text{ мкФ};</math>  <math>R_1 = R_2 = 400 \text{ Ом};</math>  <math>i_0(t) = 0,025 \cos(10^5 t - 45^\circ), \text{ А}</math> </p>	2.2.7	 <p> <math>L = 1 \text{ мГн};</math>  <math>C = 0,05 \text{ мкФ};</math>  <math>R_1 = 200 \text{ Ом}; R_2 = 100 \text{ Ом};</math>  <math>i_0(t) = 0,5 \cos(10^5 t + 10^\circ), \text{ А}</math> </p>
2.2.8	 <p> <math>L = 8 \text{ мГн}; C = 0,025 \text{ мкФ};</math>  <math>R_1 = 400 \text{ Ом}; R_2 = 800 \text{ Ом};</math>  <math>u_0(t) = 40 \cos(10^5 t - 45^\circ), \text{ В}</math> </p>	2.2.9	 <p> <math>L = 2 \text{ мГн}; C = 0,25 \text{ мкФ};</math>  <math>R_1 = R_2 = 200 \text{ Ом};</math>  <math>u_0(t) = 24 \cos(10^5 t - 20^\circ), \text{ В}</math> </p>
2.2.10	 <p> <math>L = 2 \text{ мГн};</math>  <math>C = 0,025 \text{ мкФ};</math>  <math>R_1 = 200 \text{ Ом}; R_2 = 400 \text{ Ом};</math>  <math>u_0(t) = 10 \cos(10^5 t + 60^\circ), \text{ В}</math> </p>	2.2.11	 <p> <math>L = 8 \text{ мГн};</math>  <math>C = 0,025 \text{ мкФ};</math>  <math>R_1 = 400 \text{ Ом}; R_2 = 800 \text{ Ом};</math>  <math>u_0(t) = 8 \cos(10^5 t + 50^\circ), \text{ В}</math> </p>

Вариант	Схема цепи	Вариант	Схема цепи
2.2.12	<p> <math>L = 4 \text{ мГн}; C = 0,025 \text{ мкФ};</math>  <math>R_1 = R_2 = 400 \text{ Ом};</math>  <math>i_0(t) = 0,4 \cos(10^5 t - 60^\circ), \text{ А}</math> </p>	2.2.13	<p> <math>L = 10 \text{ мГн}; C = 0,025 \text{ мкФ};</math>  <math>R_1 = 200 \text{ Ом}; R_2 = 400 \text{ Ом};</math>  <math>i_0(t) = 5 \cos(10^5 t + 30^\circ), \text{ А}</math> </p>
2.2.14	<p> <math>L = 2 \text{ мГн}; C = 0,025 \text{ мкФ};</math>  <math>R_1 = 200 \text{ Ом}; R_2 = 400 \text{ Ом};</math>  <math>u_0(t) = 40 \cos(10^5 t + 70^\circ), \text{ В}</math> </p>	2.2.15	<p> <math>L = 1 \text{ мГн}; C = 0,04 \text{ мкФ};</math>  <math>R_1 = 50 \text{ Ом}; R_2 = 100 \text{ Ом};</math>  <math>u_0(t) = 125 \cos(10^5 t - 10^\circ), \text{ В}</math> </p>
2.2.16	<p> <math>L = 2 \text{ мГн}; C = 0,1 \text{ мкФ};</math>  <math>R_1 = 200 \text{ Ом}; R_2 = 100 \text{ Ом};</math>  <math>i_0(t) = 0,02 \cos(10^5 t - 30^\circ), \text{ А}</math> </p>	2.2.17	<p> <math>L = 2 \text{ мГн}; C = 0,25 \text{ мкФ};</math>  <math>R_1 = 80 \text{ Ом}; R_2 = 100 \text{ Ом};</math>  <math>i_0(t) = 0,25 \cos(10^5 t + 45^\circ), \text{ А}</math> </p>
2.2.18	<p> <math>L = 2,5 \text{ мГн}; C = 0,1 \text{ мкФ};</math>  <math>R_1 = 50 \text{ Ом}; R_2 = 100 \text{ Ом};</math>  <math>u_0(t) = 12,5 \cos(10^5 t + 30^\circ), \text{ В}</math> </p>	2.2.19	<p> <math>L = 5 \text{ мГн}; C = 0,02 \text{ мкФ};</math>  <math>R_1 = 600 \text{ Ом}; R_2 = 400 \text{ Ом};</math>  <math>u_0(t) = 24 \cos(10^5 t + 15^\circ), \text{ В}</math> </p>

Вариант	Схема цепи	Вариант	Схема цепи
2.2.20	 <p> <math>L = 0,6 \text{ мГн}; C = 0,166 \text{ мкФ};</math>  <math>R_1 = R_2 = 60 \text{ Ом};</math>  <math>u_0(t) = 60 \cos(10^5 t - 15^\circ), \text{ В}</math> </p>	2.2.21	 <p> <math>L = 1 \text{ мГн}; C = 0,05 \text{ мкФ};</math>  <math>R_1 = 100 \text{ Ом}; R_2 = 200 \text{ Ом};</math>  <math>u_0(t) = 50 \cos(10^5 t + 45^\circ), \text{ В}</math> </p>
2.2.22	 <p> <math>L = 2 \text{ мГн}; C = 0,02 \text{ мкФ};</math>  <math>R_1 = 100 \text{ Ом}; R_2 = 200 \text{ Ом};</math>  <math>i_0(t) = 0,4 \cos(10^5 t + 80^\circ), \text{ А}</math> </p>	2.2.23	 <p> <math>L = 1 \text{ мГн}; C = 0,05 \text{ мкФ};</math>  <math>R_1 = 100 \text{ Ом}; R_2 = 200 \text{ Ом};</math>  <math>i_0(t) = 0,2 \cos(10^5 t + 30^\circ), \text{ А}</math> </p>
2.2.24	 <p> <math>L = 2 \text{ мГн}; C = 0,01 \text{ мкФ};</math>  <math>R_1 = 100 \text{ Ом}; R_2 = 200 \text{ Ом};</math>  <math>u_0(t) = 20 \cos(10^5 t - 60^\circ), \text{ В}</math> </p>	2.2.25	 <p> <math>L = 4 \text{ мГн}; C = 0,125 \text{ мкФ};</math>  <math>R_1 = R_2 = 400 \text{ Ом};</math>  <math>u_0(t) = 35 \cos(10^5 t - 50^\circ), \text{ В}</math> </p>
2.2.26	 <p> <math>L = 2 \text{ мГн}; C = 0,05 \text{ мкФ};</math>  <math>R_1 = R_2 = 200 \text{ Ом};</math>  <math>i_0(t) = 0,05 \cos(10^5 t + 70^\circ), \text{ А}</math> </p>	2.2.27	 <p> <math>L = 2 \text{ мГн}; C = 0,05 \text{ мкФ};</math>  <math>R_1 = 300 \text{ Ом}; R_2 = 200 \text{ Ом};</math>  <math>u_0(t) = 60 \cos(10^5 t + 15^\circ), \text{ В}</math> </p>

Вариант	Схема цепи	Вариант	Схема цепи
2.2.28	 <p> <math>L = 4 \text{ мГн}; C = 0,125 \text{ мкФ};</math>  <math>R_1 = 160 \text{ Ом}; R_2 = 200 \text{ Ом};</math>  <math>i_0(t) = 0,2 \cos(10^5 t - 30^\circ), \text{ А}</math> </p>	2.2.29	 <p> <math>L = 1 \text{ мГн}; C = 0,05 \text{ мкФ};</math>  <math>R_1 = R_2 = 200 \text{ Ом};</math>  <math>u_0(t) = 30 \cos(10^5 t + 30^\circ), \text{ В}</math> </p>
2.2.30	 <p> <math>L = 5 \text{ мГн}; C = 0,05 \text{ мкФ};</math>  <math>R_1 = 100 \text{ Ом}; R_2 = 200 \text{ Ом};</math>  <math>u_0(t) = 25 \cos(10^5 t + 80^\circ), \text{ В}</math> </p>		

### Контрольные вопросы

1. Сформулируйте определения понятий: амплитуда, период, частота, угловая частота, фаза, начальная фаза гармонического колебания.
2. Что называют действующим значением периодического колебания? Чему равно действующее значение гармонического колебания?
3. Как определяется средняя мощность гармонических колебаний?
4. Какими соотношениями связаны амплитуды (действующие значения) гармонического тока и напряжения на резистивном сопротивлении, индуктивности, емкости?
5. Как сдвинуты по фазе ток и напряжение на резистивном сопротивлении, индуктивности, емкости?



6. Как комплексная амплитуда связана с мгновенным значением гармонического колебания? Как мгновенное значение связано с комплексной амплитудой?

7. Запишите комплексные сопротивления резистивного сопротивления, индуктивности и емкости.

8. Какой физический смысл имеет модуль, аргумент, вещественная и мнимая части комплексного сопротивления цепи?

9. Какие значения может принимать аргумент комплексного сопротивления пассивной цепи?

10. Что понимают под комплексной мощностью? Что означает ее вещественная и мнимая части?

11. Запишите условия баланса активной (средней) и реактивной мощностей.

### 3. ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ПЕРВОГО ПОРЯДКА. КОМПЛЕКСНЫЕ ПЕРЕДАТОЧНЫЕ ФУНКЦИИ

Частотные зависимости гармонических колебаний в ЭЦ, содержащих пассивные элементы  $R$ ,  $L$  и  $C$ , обусловлены зависимостью от частоты сопротивлений реактивных элементов  $L$  ( $\omega L$ ) и  $C$  ( $\frac{1}{\omega C}$ ).

Применение символического метода анализа гармонических колебаний в ЭЦ позволяет ввести понятие комплексной передаточной функции  $H(j\omega)$ , которая представляет собой отношение комплексной амплитуды реакции ЭЦ к комплексной амплитуде воздействия.

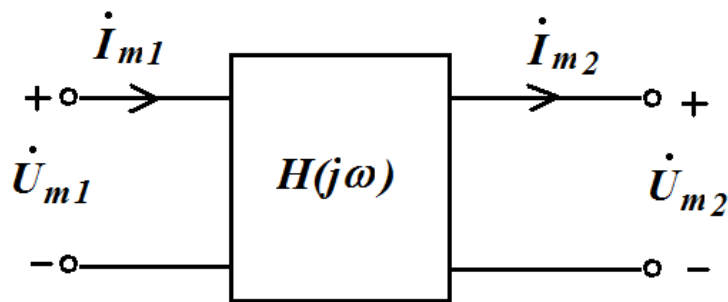


Рис. 4.1. Схема четырехполюсника

Для четырехполюсника возможны четыре равноправных варианта комплексных передаточных функций:

$$H_u(j\omega) = \frac{\dot{U}_{m2}}{\dot{U}_{m1}} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{U_{m2}}{U_{m1}} e^{j(\psi_{u2} - \psi_{u1})},$$

$$H_i(j\omega) = \frac{\dot{I}_{m2}}{\dot{I}_{m1}} = \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1} = \frac{I_{m2}}{I_{m1}} e^{j(\psi_{i2} - \psi_{i1})},$$

$$H_z(j\omega) = \frac{\dot{U}_{m2}}{\dot{I}_{m1}} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1} = \frac{U_{m2}}{I_{m1}} e^{j(\psi_{u2} - \psi_{i1})}, \text{ Ом.}$$

$$H_Y(j\omega) = \frac{\dot{I}_{m2}}{\dot{U}_{m1}} = \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_1} = \frac{I_{m2}}{U_{m1}} e^{j(\psi_{i2} - \psi_{u1})}, \frac{1}{\text{Ом}}.$$

Комплексная передаточная функция в показательной форме записи имеет вид

$$H(j\omega) = |H(j\omega)| e^{j\theta(\omega)},$$

где  $|H(j\omega)|$  – модуль комплексной передаточной функции, определяющий амплитудно-частотную характеристику (АЧХ) цепи;

$\Theta(\omega)$  – аргумент комплексной передаточной функции, определяющий фазочастотную характеристику (ФЧХ) цепи.

Частотные характеристики ЭЦ описывают собственно цепь и не зависят от значений амплитуд и начальных фаз, приложенных к цепи воздействий.

### 3.1. Амплитудно-частотные и фазочастотные характеристики пассивных четырехполюсников

При выполнении задач 3.1.0–3.1.30 (табл. 3.1) рекомендуется следующая последовательность действий:

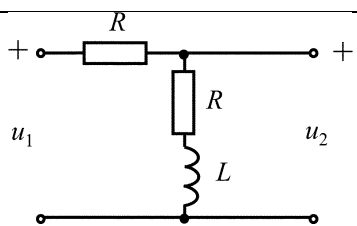
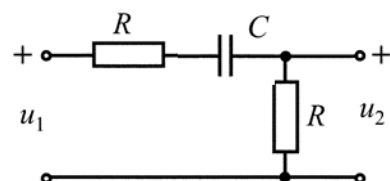
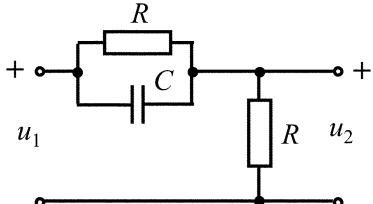
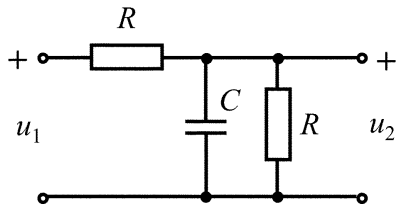
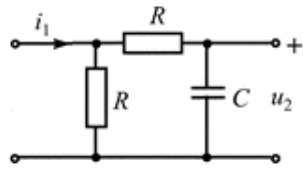
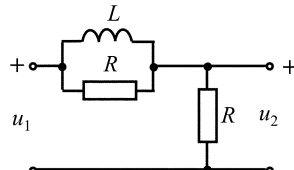
найдите комплексную передаточную функцию цепи указанного вида;

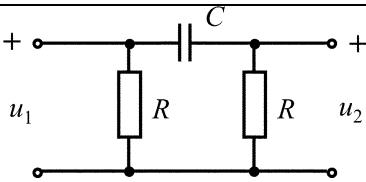
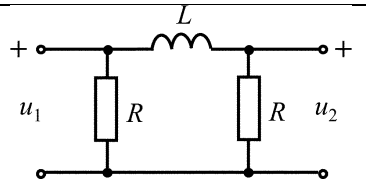
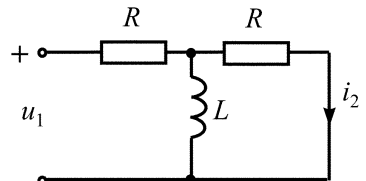
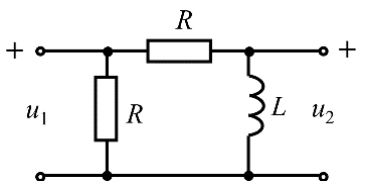
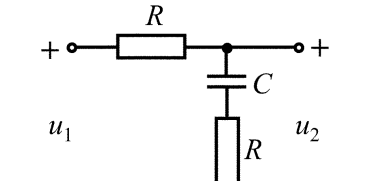
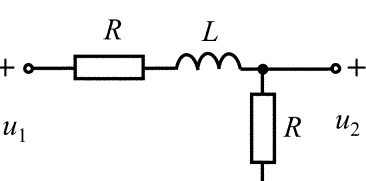
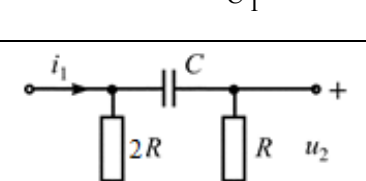
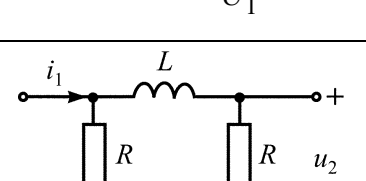
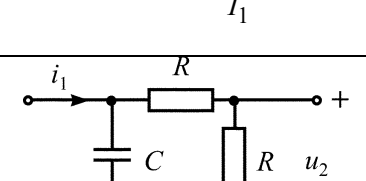
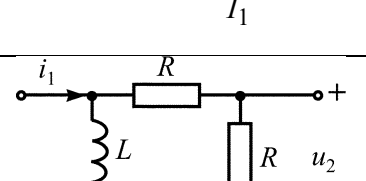
запишите выражения для АЧХ и ФЧХ цепи;

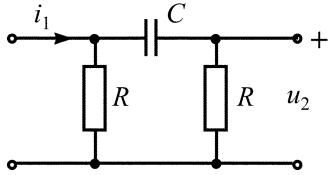
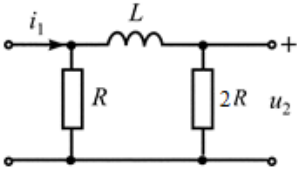
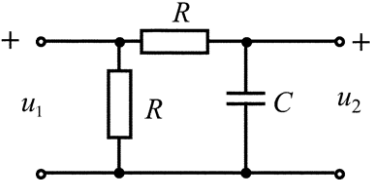
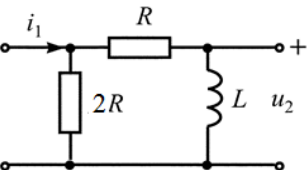
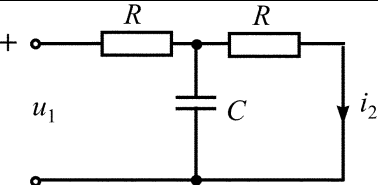
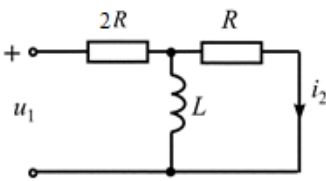
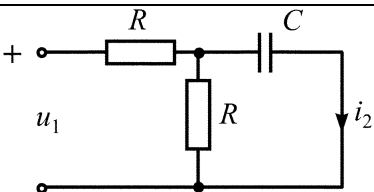
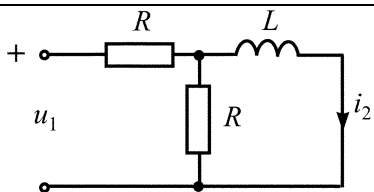
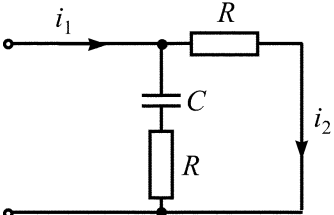
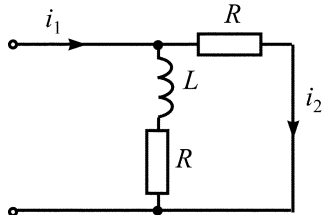
постройте качественные графики АЧХ и ФЧХ цепи по их значениям при  $\omega = 0$  и  $\omega \rightarrow \infty$ ;

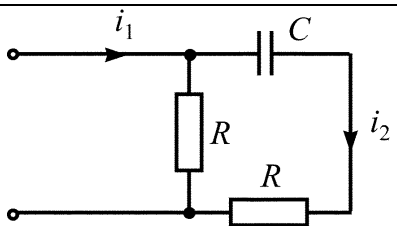
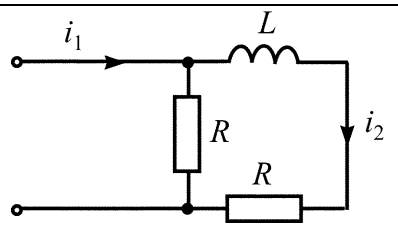
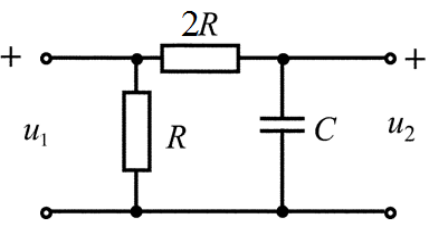
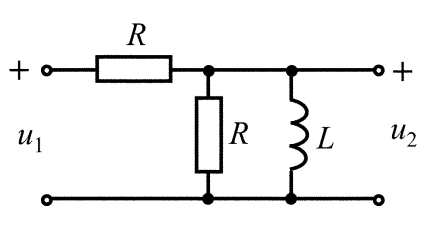
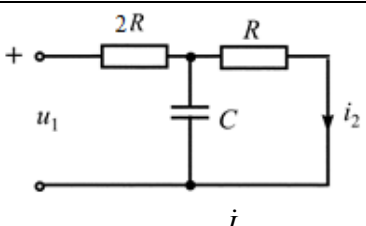
рассчитайте значение граничной частоты  $\omega_{гр}$  и покажите на графике АЧХ полосу пропускания четырехполюсника.

Таблица 3.1

Вариант	Схема цепи	Вариант	Схема цепи
3.1.0	 $H(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}$	3.1.1	 $H(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}$
3.1.2	 $H(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}$	3.1.3	 $H(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}$
3.1.4	 $H(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1}$	3.1.5	 $H(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}$

Вариант	Схема цепи	Вариант	Схема цепи
3.1.6	 $H(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}$	3.1.7	 $H(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}$
3.1.8	 $H(j\omega) = \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_1}$	3.1.9	 $H(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}$
3.1.10	 $H(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}$	3.1.11	 $H(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}$
3.1.12	 $H(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1}$	3.1.13	 $H(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1}$
3.1.14	 $H(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1}$	3.1.15	 $H(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1}$

Вариант	Схема цепи	Вариант	Схема цепи
3.1.16	 $H(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1}$	3.1.17	 $H(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1}$
3.1.18	 $H(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}$	3.1.19	 $H(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1}$
3.1.20	 $H(j\omega) = \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_1}$	3.1.21	 $H(j\omega) = \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_1}$
3.1.22	 $H(j\omega) = \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_1}$	3.1.23	 $H(j\omega) = \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_1}$
3.1.24	 $H(j\omega) = \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1}$	3.1.25	 $H(j\omega) = \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1}$

Вариант	Схема цепи	Вариант	Схема цепи
3.1.26	 $H(j\omega) = \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1}$	3.1.27	 $H(j\omega) = \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1}$
3.1.28	 $H(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}$	3.1.29	 $H(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}$
3.1.30	 $H(j\omega) = \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_1}$		

## 3.2. Амплитудно-частотные и фазочастотные характеристики активных RC-цепей

При выполнении задач 3.2.0–3.2.30 (табл. 3.2.2) рекомендуется следующая последовательность действий:

нарисуйте схему замещения заданной цепи в комплексной форме, заменив схемное изображение усилителя его схемой замещения в виде ИНУН из табл. 3.2.1. Коэффициент усиления может быть либо сколь угодно большим ( $\mu \rightarrow \infty$ ), либо конечным положительным или отрицательным числом  $K$ ;

найдите комплексную передаточную функцию  $H(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}$  методом узловых напряжений, для чего в качестве базисного выберите узел со знаком «-»;

запишите выражения для АЧХ и ФЧХ цепи;

постройте качественные графики АЧХ и ФЧХ цепи по их значениям при  $\omega = 0$  и  $\omega \rightarrow \infty$ ;

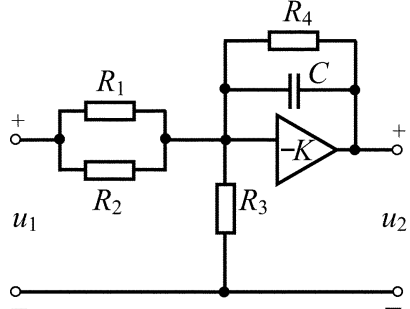
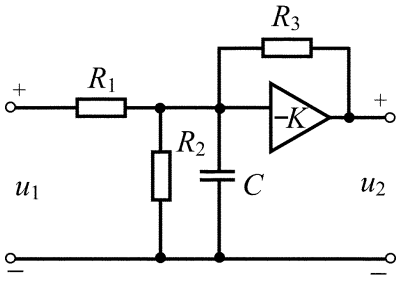
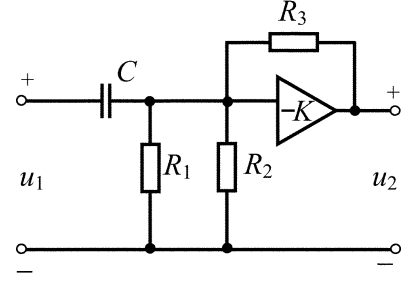
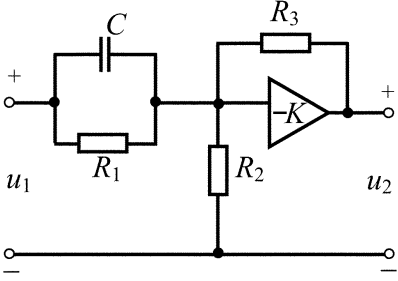
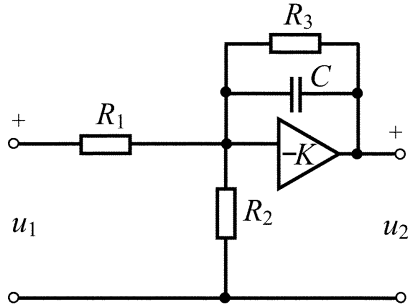
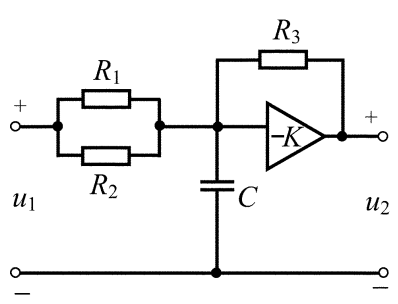
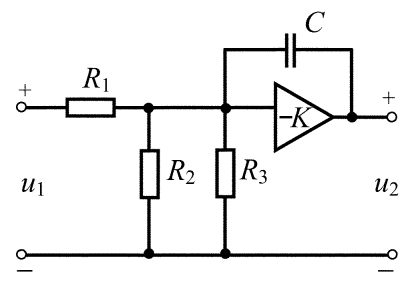
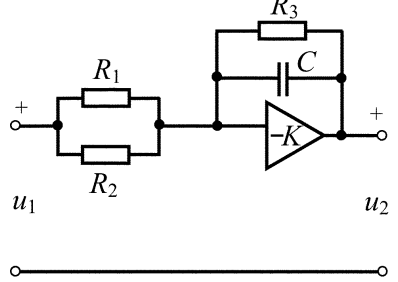
рассчитайте значение граничной частоты  $\omega_{гр}$  и покажите на графике АЧХ полосу пропусками ARC-цепи;

рассчитайте в линейном масштабе графики АЧХ и ФЧХ на ПК с помощью программы FASTMEAN, определите с помощью линейки значение граничной частоты и сравните его со значением, полученным аналитически.

Таблица 3.2.1

Наименование элемента	Схемное изображение по ГОСТу	Схемное изображение в стандартных программах для ПК	Схема замещения
Дифференциальный операционный усилитель			
Инверсный операционный усилитель			
Усилитель с конечным усилением			
Усилитель-повторитель напряжения			

Таблица 3.2.2

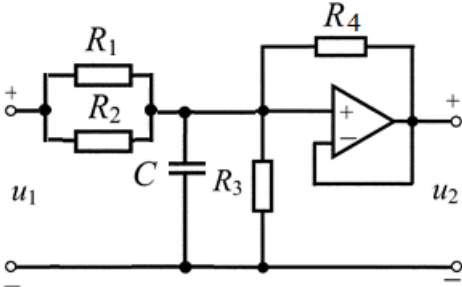
Вариант	Схема цепи	Вариант	Схема цепи
3.2.0	 <p><math>R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R = 100 \text{ кОм};</math> <math>C = 1 \text{ нФ}; K = 2</math></p>	3.2.1	 <p><math>R_1 = R_2 = R_3 = R = 100 \text{ кОм};</math> <math>C = 2 \text{ нФ}; K = 4</math></p>
3.2.2	 <p><math>R_1 = R_2 = R_3 = R = 100 \text{ кОм};</math> <math>C = 6 \text{ нФ}; K = 3</math></p>	3.2.3	 <p><math>R_1 = R_2 = R_3 = R = 100 \text{ кОм};</math> <math>C = 3 \text{ нФ}; K = 1</math></p>
3.2.4	 <p><math>R_1 = R_2 = R_3 = R = 100 \text{ кОм};</math> <math>C = 2 \text{ нФ}; K = 1</math></p>	3.2.5	 <p><math>R_1 = R_2 = R_3 = R = 100 \text{ кОм};</math> <math>C = 5 \text{ нФ}; K = 3</math></p>
3.2.6	 <p><math>R_1 = R_2 = R_3 = R = 100 \text{ кОм};</math> <math>C = 1 \text{ нФ}; K = 2</math></p>	3.2.7	 <p><math>R_1 = R_2 = R_3 = R = 100 \text{ кОм};</math> <math>C = 1,5 \text{ нФ}; K = 5</math></p>



Вариант	Схема цепи	Вариант	Схема цепи
3.2.8	<p><math>R_1 = R_2 = R_3 = R = 100 \text{ кОм};</math> <math>C = 1 \text{ нФ}; K = 2</math></p>	3.2.9	<p><math>R_1 = R_2 = R_3 = R = 100 \text{ кОм};</math> <math>C = 2 \text{ нФ}; K = 1</math></p>
3.2.10	<p><math>R_1 = R_2 = R_3 = R = 100 \text{ кОм};</math> <math>C = 1 \text{ нФ}; K = 1</math></p>	3.2.11	<p><math>R_1 = R_2 = R_3 = R = 100 \text{ кОм};</math> <math>C = 5 \text{ нФ}; K = 0,5</math></p>
3.2.12	<p><math>R_1 = R_2 = R_3 = R = 100 \text{ кОм};</math> <math>C = 1 \text{ нФ}; K = 2</math></p>	3.2.13	<p><math>R_1 = R_2 = R_3 = R = 100 \text{ кОм};</math> <math>C = 5 \text{ нФ}; K = 0,4</math></p>
3.2.14	<p><math>R_1 = R_2 = R_3 = R = 100 \text{ кОм};</math> <math>C = 5 \text{ нФ}; K = 0,5</math></p>	3.2.15	<p><math>R_1 = R_2 = R_3 = R = 100 \text{ кОм};</math> <math>C = 1 \text{ нФ}; \mu \rightarrow \infty</math></p>

Вариант	Схема цепи	Вариант	Схема цепи
3.2.16	<p><math>R_1 = R_2 = R_3 = R = 100 \text{ кОм};</math> <math>C = 1 \text{ нФ}; \mu \rightarrow \infty</math></p>	3.2.17	<p><math>R_1 = R_2 = R_3 = R = 100 \text{ кОм};</math> <math>C = 3 \text{ нФ}; \mu \rightarrow \infty</math></p>
3.2.18	<p><math>R_1 = R_2 = R_3 = R = 100 \text{ кОм};</math> <math>C = 2 \text{ нФ}; \mu \rightarrow \infty</math></p>	3.2.19	<p><math>R_1 = R_2 = R_3 = R = 100 \text{ кОм};</math> <math>C = 1 \text{ нФ}; \mu \rightarrow \infty</math></p>
3.2.20	<p><math>R_1 = R_2 = R_3 = R = 100 \text{ кОм};</math> <math>C = 2 \text{ нФ}; \mu \rightarrow \infty</math></p>	3.2.21	<p><math>R_1 = R_2 = R_3 = R = 100 \text{ кОм};</math> <math>C = 2 \text{ нФ}; \mu \rightarrow \infty</math></p>
3.2.22	<p><math>R_1 = R_2 = R_3 = R = 100 \text{ кОм};</math> <math>C = 1 \text{ нФ}; \mu \rightarrow \infty</math></p>	3.2.23	<p><math>R_1 = R_2 = R_3 = R = 100 \text{ кОм};</math> <math>C = 1 \text{ нФ}; \mu \rightarrow \infty</math></p>

Вариант	Схема цепи	Вариант	Схема цепи
3.2.24	<p> <math>R_1 = R_2 = R_3 = R = 100 \text{ кОм};</math>  <math>C = 5 \text{ нФ};</math>  <math>K = 1</math> </p>	3.2.25	<p> <math>R_1 = R_2 = R_3 = R = 100 \text{ кОм};</math>  <math>C = 1 \text{ нФ};</math>  <math>\mu \rightarrow \infty</math> </p>
3.2.26	<p> <math>R_1 = R_2 = 200 \text{ кОм};</math>  <math>R_3 = 100 \text{ кОм};</math>  <math>C = 4 \text{ нФ};</math>  <math>K = 0,5</math> </p>	3.2.27	<p> <math>R_1 = R_2 = 100 \text{ кОм};</math>  <math>R_3 = R_4 = 200 \text{ кОм};</math>  <math>C = 2 \text{ нФ};</math>  <math>K = 2</math> </p>
3.2.28	<p> <math>R_1 = R_4 = 100 \text{ кОм};</math>  <math>R_2 = R_3 = 200 \text{ кОм};</math>  <math>C = 5 \text{ нФ};</math>  <math>K = 0,5</math> </p>	3.2.29	<p> <math>R_1 = R_2 = 100 \text{ кОм};</math>  <math>R_3 = R_4 = 200 \text{ кОм};</math>  <math>C = 1 \text{ нФ};</math>  <math>\mu \rightarrow \infty</math> </p>

Вариант	Схема цепи
3.2.30	 <p style="text-align: center;"> <math>R_1 = R_2 = 400 \text{ кОм};</math>  <math>R_3 = R_4 = 200 \text{ кОм};</math>  <math>C = 5 \text{ нФ}; \mu \rightarrow \infty</math> </p>

### Контрольные вопросы

1. Что называется комплексной передаточной функцией цепи?
2. Запишите виды комплексных передаточных функций с указанием их размерности.
3. Запишите комплексную передаточную функцию в показательной форме записи.
4. Что называется амплитудно-частотными и фазочастотными характеристиками цепи? Как они связаны с комплексной передаточной функцией?
5. Что называется полосой пропускания цепи?
6. Каковы особенности нахождения частотных характеристик *ARC*-цепей?

## 4. РЕЗОНАНС В ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ. КОМПЛЕКСНЫЕ ПЕРЕДАТОЧНЫЕ ФУНКЦИИ И ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ КОНТУРОВ

Явление значительного возрастания амплитуды гармонической реакции по мере приближения частоты внешнего гармонического воздействия к частоте собственных незатухающих колебаний контура  $\omega_0$  называется явлением резонанса. При резонансе в цепи, содержащей реактивные элементы  $L$  и  $C$ , сопротивление контура чисто вещественно, поэтому ток совпадает по фазе с напряжением на зажимах цепи  $\varphi|_{\omega=\omega_0} = 0$ , где  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  – резонансная частота контура. Цепи, в которых возникает режим резонанса, называют колебательными (резонансными) контурами.

Рассмотрим канонические схемы последовательного (рис. 4.1) и параллельного (рис. 4.2) колебательных контуров.

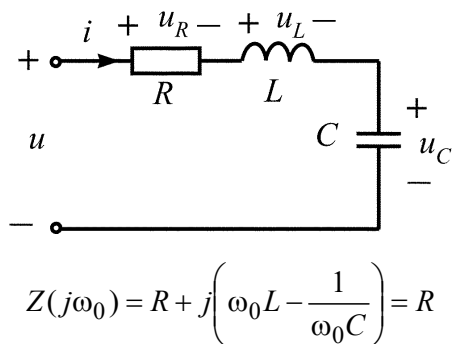


Рис. 4.1. Схема  
последовательного контура

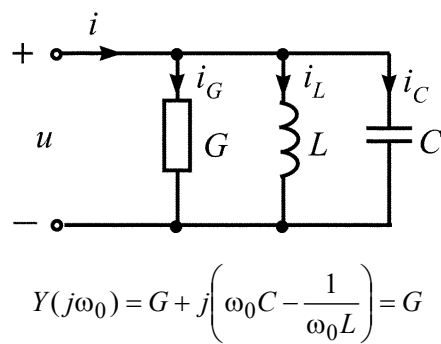


Рис. 4.2. Схема  
параллельного контура

В последовательном колебательном контуре возникает резонанс напряжений, при котором гармонические напряжения на индуктивности и емкости при резонансной частоте компенсируют друг друга.

Амплитуды колебаний напряжений на зажимах реактивных элементов могут значительно превышать амплитуду напряжения на входе цепи. Отношение этих амплитуд называется добротностью контура:

$$\frac{U_{mL}}{U_m} \Big|_{\omega=\omega_0} = \frac{U_{mC}}{U_m} \Big|_{\omega=\omega_0} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 CR} = Q.$$

В параллельном колебательном контуре возникает резонанс токов, при котором токи через индуктивность и емкость при резонансной частоте компенсируют друг друга.

Отношение амплитуд токов в реактивных элементах контура и тока источника характеризует добротность контура

$$Q = \frac{I_{mC}}{I_m} \Big|_{\omega=\omega_0} = \frac{I_{mL}}{I_m} \Big|_{\omega=\omega_0} = \frac{\omega_0 C}{G} = \frac{1}{\omega_0 LG}.$$

Значения добротности  $Q$  последовательных и параллельных  $LC$ -колебательных контуров могут достигать до нескольких сотен единиц.

При анализе последовательного и параллельного контуров целесообразно использовать принцип дуальности.

### 4.1. Параметры последовательного колебательного контура и его частотные характеристики

При выполнении задач 4.1.1–4.1.30 рекомендуется следующая последовательность действий:

определите в табл. 4.1.1 в соответствии с номером варианта значение  $n$  и четырехзначный код, каждая цифра которого обозначает один заданный параметр;

выберите в табл. 4.1.2 для каждой цифры кода соответствующий параметр контура и рассчитайте его величину;

рассчитайте значения остальных неизвестных для заданного варианта шести параметров из табл. 4.1.2;

рассчитайте значения напряжений  $U_{R0}$ ,  $U_{L0}$ ,  $U_{C0}$  на элементах  $R$ ,  $L$ ,  $C$  контура при резонансной частоте  $\omega_0$ ;

постройте качественные графики частотных характеристик последовательного колебательного контура (рис. 4.1) своего варианта по трем значениям АЧХ и ФЧХ на частотах  $\omega = 0$ ,  $\omega = \omega_0$  и  $\omega \rightarrow \infty$ . Для расчета используете формулы трех видов комплексных передаточных функций по напряжению и их АЧХ и ФЧХ, приведенные в табл. 4.1.3.

Таблица 4.1.1

Вариант	4.1.0			4.1.1	4.1.2	4.1.3	4.1.4
Код	$R = 20 \text{ Ом}; L = 4 \text{ мГн};$ $C = 400 \text{ нФ}; U_0 = 2 \text{ В}$			1368 $n=1$	0249 $n=2$	1358 $n=3$	1367 $n=4$
Вариант	4.1.5	4.1.6	4.1.7	4.1.8	4.1.9	4.1.10	4.1.11
Код	0349 $n=5$	0258 $n=1$	1467 $n=2$	0238 $n=3$	1257 $n=4$	0369 $n=5$	0248 $n=1$
Вариант	4.1.12	4.1.13	4.1.14	4.1.15	4.1.16	4.1.17	4.1.18
Код	1359 $n=2$	1267 $n=3$	2358 $n=4$	0147 $n=5$	2369 $n=1$	3458 $n=2$	0359 $n=3$

Продолжение табл. 4.1.1

Вариант	4.1.19	4.1.20	4.1.21	4.1.22	4.1.23	4.1.24	4.1.25
Код	1567 $n=4$	1457 $n=5$	0159 $n=1$	0367 $n=2$	0148 $n=3$	0469 $n=4$	2567 $n=5$
Вариант	4.1.26	4.1.27	4.1.28	4.1.29	4.1.30		
Код	1369 $n=1$	2357 $n=2$	3469 $n=3$	4569 $n=4$	5678 $n=5$		

Таблица 4.1.2

Цифра кода	Параметры резонансного контура	
0	$R = 10 + n$ , Ом	Резистивное сопротивление
1	$L = 20 + n$ , мГн	Индуктивность
2	$C = 800 + 10n$ , нФ	Емкость
3	$f_0 = 1 + 0,1n$ , кГц	Циклическая резонансная частота
4	$\rho = 160 + 2n$ , Ом	Характеристическое сопротивление
5	$Q = 10 + n$	Добротность
6	$2\Delta f^* = f_1 - f_{-1} = 80 + 2n$ , Гц	Полоса пропускания
7	$U_0 = n$ , В	Напряжение на зажимах контура при резонансе
8	$I_0 = 0,1n$ , А	Ток в контуре при резонансе
9	$P_0 = 0,1n$ , Вт	Средняя мощность, потребляемая контуром при резонансе

Таблица 4.1.3

Комплексные передаточные функции по напряжению	Амплитудно-частотные и фазочастотные характеристики
$H_C(j\omega) = \frac{\dot{U}_C}{\dot{U}} = \frac{1}{LC} \frac{1}{-\omega^2 + j\frac{\omega R}{L} + \frac{1}{LC}}$	$ H_C(j\omega)  = \frac{1}{LC} \frac{1}{\sqrt{(-\omega^2 + \frac{1}{LC})^2 + \frac{\omega^2 R^2}{L^2}}};$ $\theta_C(\omega) = -\text{arctg} \frac{\omega R/L}{-\omega^2 + \frac{1}{LC}}$
$H_L(j\omega) = \frac{\dot{U}_L}{\dot{U}} = \frac{-\omega^2}{-\omega^2 + j\frac{\omega R}{L} + \frac{1}{LC}}$	$ H_L(j\omega)  = \frac{\omega^2}{\sqrt{(-\omega^2 + \frac{1}{LC})^2 + \frac{\omega^2 R^2}{L^2}}};$ $\theta_L(\omega) = \pi - \text{arctg} \frac{\omega R/L}{-\omega^2 + \frac{1}{LC}}$
$H_R(j\omega) = \frac{\dot{U}_R}{\dot{U}} = \frac{j\omega \frac{R}{L}}{-\omega^2 + j\frac{\omega R}{L} + \frac{1}{LC}}$	$ H_R(j\omega)  = \frac{\omega R/L}{\sqrt{(-\omega^2 + \frac{1}{LC})^2 + \frac{\omega^2 R^2}{L^2}}};$ $\theta_R(\omega) = \frac{\pi}{2} - \text{arctg} \frac{\omega R/L}{-\omega^2 + \frac{1}{LC}}$

## Контрольные вопросы

1. Какое явление в цепи называют резонансом?
2. Каковы условия резонанса в последовательном и параллельном колебательных контурах?
3. Что такое характеристическое сопротивление контура, резонансная частота, добротность? Как определяется добротность последовательного и параллельного контуров?
4. Почему резонанс в последовательном контуре называют резонансом напряжений? Какими будут напряжения при резонансе на каждом из элементов контура по сравнению с приложенным?
5. Чему равно входное сопротивление последовательного контура при резонансе? Чему равен сдвиг по фазе между током и напряжением на входных зажимах контура при резонансе?
6. Почему резонанс в параллельном контуре называют резонансом тока? Какими будут токи при резонансе в каждом из элементов контура по сравнению с током источника?
7. Чему равно входное сопротивление параллельного контура при резонансе?
8. Что называют полосой пропускания контура?
9. Как ширина полосы пропускания контура зависит от его добротности?
10. Что понимают под избирательностью контура? От чего она зависит?
11. При каких значениях  $Q$  колебательный контур считается высокодобротным?



## 5. КЛАССИЧЕСКИЙ МЕТОД АНАЛИЗА ПЕРЕХОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

При выполнении задачи анализа переходных колебаний в ЭЦ классическим методом рекомендуется следующая последовательность действий:

- рассчитайте начальные условия задачи;
- составьте систему уравнений с использованием законов Кирхгофа;
- выберите переменную  $u_C$  или  $i_L$ , сформируйте дифференциальное уравнение с этой переменной соответствующего порядка и запишите его решение;
- рассчитайте вынужденную составляющую (при  $t \rightarrow \infty$ ) для выбранной переменной;
- рассчитайте свободную составляющую для выбранной переменной.

### 5.1. Анализ переходных колебаний в разветвленных $RC$ -цепях путем составления дифференциального уравнения

Вариант 5.1.0

Найдите законы изменения напряжения  $u_C(t)$  на емкости и тока  $i_C(t)$  через емкость в цепи на рис. 5.1 после размыкания ключа. Постройте примерные графики.

Во всех задачах анализа переходных колебаний предполагается, что до коммутации в цепи был установившийся режим, и положение ключа на схеме цепи показано до коммутации.

В задачах 5.1.1–5.1.30 (табл. 5.1) найдите законы изменения напряжения  $u_C(t)$  на емкости и тока  $i_C(t)$  через емкость после коммутации. Постройте примерные графики.

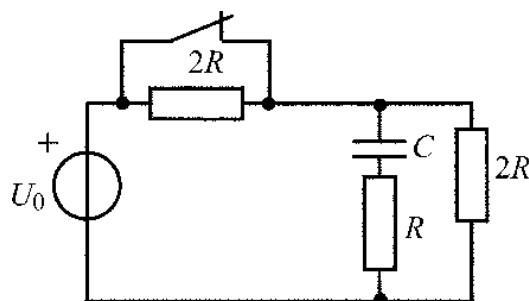


Рис. 5.1. Схема  $RC$ -цепи

Таблица 5.1

Вариант	Схема $RC$ -цепи	Вариант	Схема $RC$ -цепи
5.1.1		5.1.2	

Вариант	Схема RC-цепи	Вариант	Схема RC-цепи
5.1.3		5.1.4	
5.1.5		5.1.6	
5.1.7		5.1.8	
5.1.9		5.1.10	
5.1.11		5.1.12	

Вариант	Схема RC-цепи	Вариант	Схема RC-цепи
5.1.13		5.1.14	
5.1.15		5.1.16	
5.1.17		5.1.18	
5.1.19		5.1.20	
5.1.21		5.1.22	

Вариант	Схема RC-цепи	Вариант	Схема RC-цепи
5.1.23		5.1.24	
5.1.25		5.1.26	
5.1.27		5.1.28	
5.1.29		5.1.30	

## 5.2. Анализ переходных колебаний в разветвленных $RL$ -цепях путем составления дифференциального уравнения

Вариант 5.2.0

Найдите закон изменения тока  $i_L(t)$  в индуктивности и напряжения  $u_L(t)$  на индуктивности в цепи на рис. 5.2 после замыкания ключа. Постройте примерные графики.

В задачах 5.2.1–5.2.30 (табл. 5.2) найдите законы изменения тока  $i_L(t)$  в индуктивности и напряжения  $u_L(t)$  на индуктивности после коммутации. Постройте примерные графики.

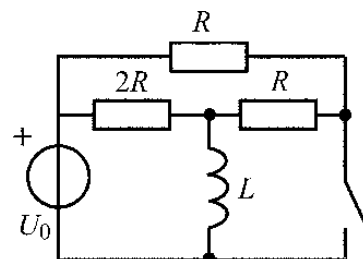


Рис. 5.2 Схема  
 $RC$ -цепи

Таблица 5.2

Вариант	Схема $RL$ -цепи	Вариант	Схема $RL$ -цепи
5.2.1		5.2.2	
5.2.3		5.2.4	
5.2.5		5.2.6	

Вариант	Схема $RL$ -цепи	Вариант	Схема $RL$ -цепи
5.2.7		5.2.8	
5.2.9		5.2.10	
5.2.11		5.2.12	
5.2.13		5.2.14	
5.2.15		5.2.16	

Вариант	Схема $RL$ -цепи	Вариант	Схема $RL$ -цепи
5.2.17		5.2.18	
5.2.19		5.2.20	
5.2.21		5.2.22	
5.2.23		5.2.24	
5.2.25		5.2.26	

Вариант	Схема $RL$ -цепи	Вариант	Схема $RL$ -цепи
5.2.27		5.2.28	
5.2.29		5.2.30	

### Контрольные вопросы

1. Что такое переходный процесс? В каких схемах он возникает и почему?
2. Что называют начальными условиями задачи?
3. Сформулируйте законы коммутации. Каков их физический смысл? Как они были использованы при решении задач?
4. От чего зависит порядок дифференциального уравнения цепи?
5. Когда режим в цепи называется свободным, когда вынужденным?
6. Чем отличаются дифференциальные уравнения, описывающие свободные и переходные колебания в цепи? Чем отличаются их решения?
7. Как находится характеристическое уравнение цепи по заданному дифференциальному уравнению?
8. Что называют постоянной времени цепи? Как от нее зависит длительность переходного процесса?
9. Как определяются постоянные времени  $RC$ - и  $RL$ -цепей?
10. Как определяются и от чего зависят собственные (свободные) колебания в цепи?
11. Как определяются и от чего зависят вынужденные колебания в цепи?

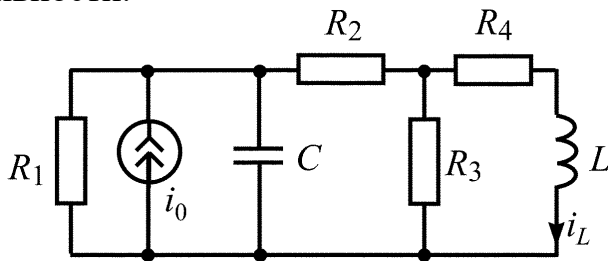


## МЕТОДЫ АНАЛИЗА РЕЗИСТИВНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ В РЕЖИМЕ ПОСТОЯННОГО ТОКА

### П1.1. Метод эквивалентных преобразований

#### Пример П1.1

Для цепи, приведенной на рис. П1.1, необходимо:  
нарисовать схему для ее расчета в режиме постоянного тока;  
найти методом эквивалентных преобразований токи ветвей данной цепи;  
определить значения напряжения на емкости  $u_C$  и тока через индуктивность  $i_L$ ;  
рассчитать в джоулях энергию, запасенную в емкости и в индуктивности.



$R_1 = 60 \text{ Ом}; R_2 = 24 \text{ Ом}; R_3 = 20 \text{ Ом};$   
 $R_4 = 80 \text{ Ом}; C = 1 \text{ мкФ}; L = 1 \text{ мГн}; I_0 = 100 \text{ мА}$

Рис. П1.1

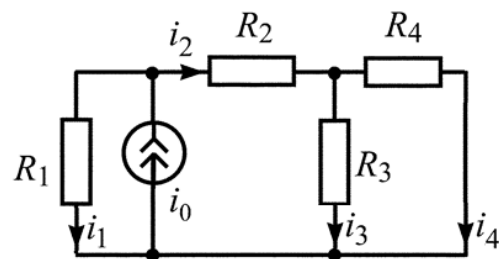


Рис. П1.2

#### Решение

Нарисуем схему для ее расчета в режиме постоянного тока. Для этого нужно замкнуть между собой (накоротко) зажимы индуктивности и разомкнуть зажимы емкости (рис. П1.2). Далее найдем методом эквивалентных преобразований токи ветвей получившейся цепи.

Упрощаем схему, преобразовав параллельно соединенные сопротивления  $R_3$  и  $R_4$  в эквивалентное сопротивление  $R_{34}$  (рис. П1.3):

$$R_{34} = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4} = \frac{20 \cdot 80}{20 + 80} = 16 \text{ Ом.}$$

Далее преобразуем последовательно соединенные сопротивления  $R_2$  и  $R_{34}$  в эквивалентное сопротивление  $R_{234}$  (рис. П1.4):

$$R_{234} = R_2 + R_{34} = 16 + 24 = 40 \text{ Ом.}$$

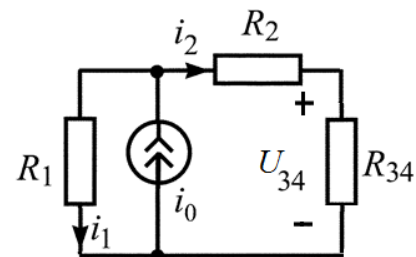


Рис. П1.3

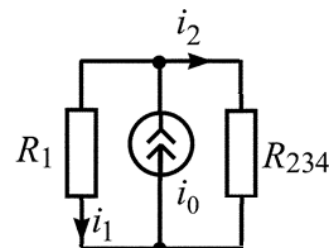


Рис. П1.4

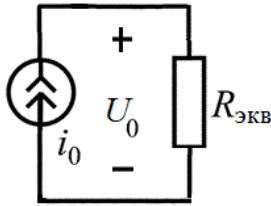


Рис. П1.5

Преобразуем параллельно соединенные сопротивления  $R_1$  и  $R_{234}$  в эквивалентное сопротивление  $R_{\text{ЭКВ}}$  (рис. П1.5):

$$R_{\text{ЭКВ}} = \frac{R_1 \cdot R_{234}}{R_1 + R_{234}} = \frac{60 \cdot 40}{60 + 40} = 24 \text{ Ом.}$$

Применим закон Ома и рассчитаем напряжение  $U_0$ :

$$U_0 = i_0 \cdot R_{\text{ЭКВ}} = 0,1 \cdot 24 = 2,4 \text{ В.}$$

Определим токи  $i_1$  и  $i_2$ , пользуясь законом Ома:

$$i_1 = \frac{U_0}{R_1} = \frac{2,4}{60} = 0,04 \text{ А; } i_2 = \frac{U_0}{R_{234}} = \frac{2,4}{40} = 0,06 \text{ А.}$$

Применим закон Ома и рассчитаем напряжение  $U_{34}$ :

$$U_{34} = i_2 \cdot R_{34} = 0,06 \cdot 16 = 0,96 \text{ В.}$$

Далее определим токи  $i_3$  и  $i_4$ , пользуясь законом Ома:

$$i_3 = \frac{U_{34}}{R_3} = \frac{0,96}{20} = 0,048 \text{ А; } i_4 = \frac{U_{34}}{R_4} = \frac{0,96}{80} = 0,012 \text{ А.}$$

В данной задаче токи  $i_3$  и  $i_4$  можно определить по правилу определения тока в одной из параллельных ветвей. Ток в общей ветви нужно умножить на сопротивление второй ветви и разделить на сумму сопротивлений обеих ветвей:

$$i_3 = i_2 \frac{R_4}{R_3 + R_4} = 0,06 \cdot \frac{80}{20 + 80} = 0,048 \text{ А;}$$

$$i_4 = i_2 \frac{R_3}{R_3 + R_4} = 0,06 \cdot \frac{20}{20 + 80} = 0,012 \text{ А.}$$

При этом не требуется определять напряжение  $U_{34}$ .

Определим значение напряжения на емкости  $u_C$ . Емкость подключена параллельно к источнику постоянного тока  $i_0$ , следовательно, напряжение на емкости равно напряжению  $U_0 = u_C = 2,4 \text{ В}$ . А энергия, запасенная в емкости, рассчитывается по формуле

$$W_C = C \frac{u_C^2}{2} = 10^{-6} \frac{2,4^2}{2} = 2,88 \cdot 10^{-6} \text{ Дж.}$$

Найдем ток через индуктивность  $i_L$ . Индуктивность соединена последовательно с резистивным сопротивлением  $R_4$ , следовательно,  $i_L = i_4 = 0,012 \text{ А}$ . А энергия, запасенная в индуктивности, определяется выражением

$$W_L = L \frac{i_L^2}{2} = 10^{-3} \frac{0,012^2}{2} = 7,2 \cdot 10^{-8} \text{ Дж.}$$

## П1.2. Метод наложения

### Пример П1.2

Для цепи, приведенной на рис. П1.6, необходимо рассчитать токи во всех ветвях электрической цепи, используя принцип наложения.

#### Решение

В схеме с двумя источниками на рис. П1.6 стрелками показаны положительные направления токов  $i_1, i_2, i_3, i_4, i_{05}$  выбранные произвольно. В схеме показаны узлы 1, 2, 3, 4.

Согласно принципу наложения ток  $i_k$  от двух источников равен алгебраической сумме частичных токов  $i_k', i_k''$  от первого и второго источников в отдельности.

Решение задачи состоит из трех этапов.

1. Источник напряжения  $u_{05}$  в цепи оставлен, а источник тока  $i_{01}$  удален, вместо него оставлено его внутреннее сопротивление  $R_0 = \infty$ , что эквивалентно обрыву ветви (рис. П1.7, а). В схеме с одним источником напряжения с задающим напряжением  $u_{05}$  вычисляем частичные токи  $i_1', i_2', i_3', i_4', i_{05}'$  путем эквивалентных преобразований схемы заданной цепи. Направление частичных токов выбирается согласно заданному направлению источника.

В схеме на рис. П1.7, а резисторы  $R_1$  и  $R_4$  ( $R_2$  и  $R_3$ ) соединены последовательно, так как по ним протекает один и тот же ток  $i_1' = i_4'$  ( $i_2' = i_3'$ ).

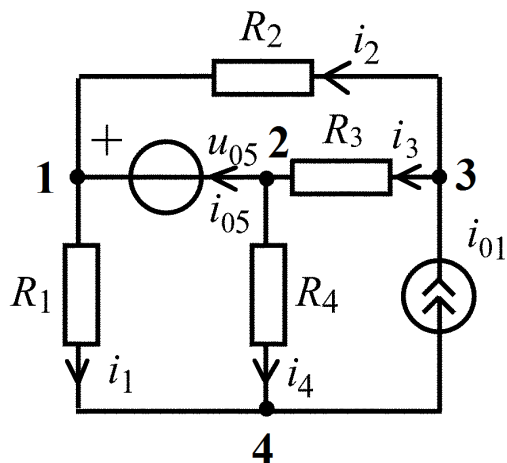


Рис. П1.6

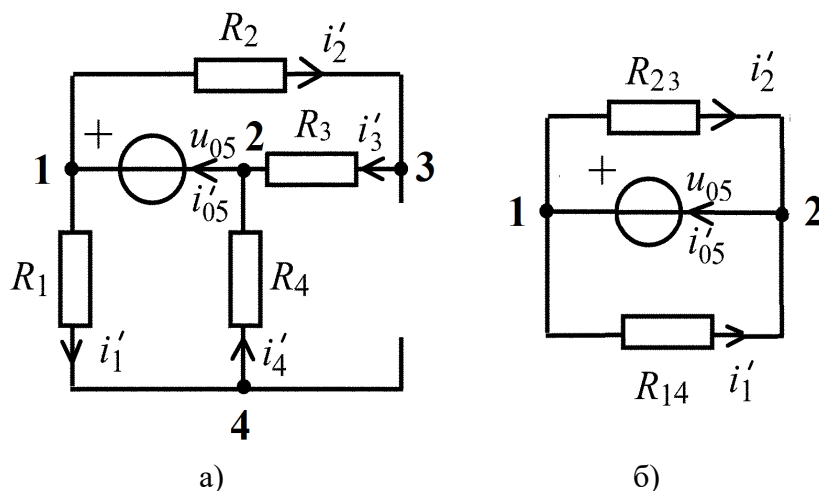


Рис. П1.7

Заменяем  $R_1$  и  $R_4$ ;  $R_2$  и  $R_3$  эквивалентными сопротивлениями:  $R_{14} = R_1 + R_4$  и  $R_{23} = R_2 + R_3$  (рис. П1.7, б). Вычисляем частичные токи, используя закон Ома и первый закон Кирхгофа:

$$i'_1 = i'_4 = \frac{u_{05}}{R_{14}}; \quad i'_2 = i'_3 = \frac{u_{05}}{R_{23}}; \quad i'_{05} = i'_1 + i'_2.$$

2. Источник тока  $i_{01}$  в цепи оставлен, а источник напряжения  $u_{05}$  удален, вместо него оставлено его внутреннее сопротивление  $R_0 = 0$ , что эквивалентно короткому замыканию ветви (рис. П1.8, а).

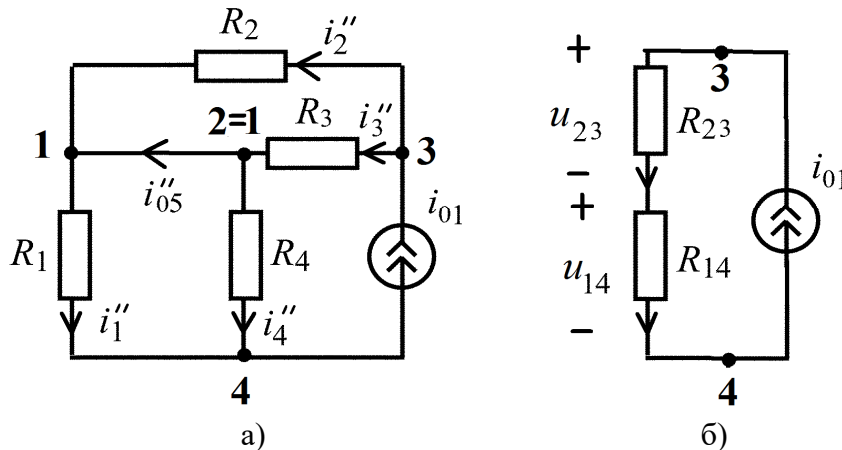


Рис. П1.8

В схеме с одним источником тока с задающим током  $i_{01}$  вычисляем частичные токи  $i_1''$ ,  $i_2''$ ,  $i_3''$ ,  $i_4''$ ,  $i_{05}''$  путем эквивалентных преобразований схемы заданной цепи. В схеме на рис. П1.8, а резисторы  $R_1$  и  $R_4$ , а также  $R_2$  и  $R_3$  соединены параллельно, так как к каждой паре сопротивлений приложено одно и то же напряжение  $u_{14}$  и  $u_{23}$  соответственно.

Заменяем параллельные резисторы их эквивалентными сопротивлениями:  $R_{14} = R_1 \cdot R_4 / (R_1 + R_4)$  и  $R_{23} = R_2 \cdot R_3 / (R_2 + R_3)$  (рис. П1.8, б). Вычисляем частичные токи, используя закон Ома и первый закон Кирхгофа:

$$u_{14} = i_{01} \cdot R_{14}; \quad u_{23} = i_{01} \cdot R_{23}; \quad i_1'' = \frac{u_{14}}{R_1}; \quad i_4'' = \frac{u_{14}}{R_4}; \quad i_2'' = \frac{u_{23}}{R_2};$$

$$i_3'' = \frac{u_{23}}{R_3}; \quad -i_{05}'' + i_1'' - i_2'' = 0; \quad i_{05}'' = i_1'' - i_2''.$$

3. Нахождение истинных токов в ветвях цепи: истинные токи определяются как алгебраическая сумма частичных токов, т. е. сравнивается направление частичных токов с направлением истинного тока в исходной цепи:

для ветви 1  $i_1 = i'_1 + i_1''$ ;  
 для ветви 2  $i_2 = -i'_2 + i_2''$ ;  
 для ветви 3  $i_3 = i'_3 + i_3''$ ;  
 для ветви 4  $i_4 = -i'_4 + i_4''$ ;  
 для ветви 05  $i_{05} = i'_{05} + i_{05}''$ .

### П1.3. Метод токов ветвей

#### Пример П1.3.1

Для цепи, представленной на рис. П1.9, необходимо составить систему уравнений по первому и второму законам Кирхгофа относительно неизвестных токов ветвей.

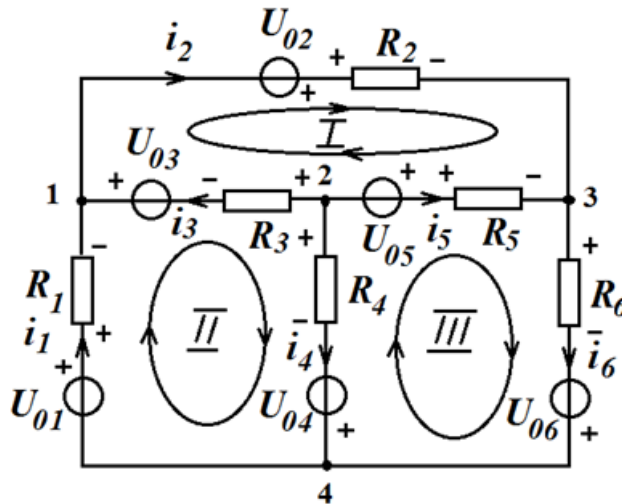


Рис. П1.9

#### Решение

1. Определим число независимых уравнений:

по первому закону Кирхгофа  $N_I = N_y - 1 = 4 - 1 = 3$ ;

по второму закону Кирхгофа  $N_{II} = N_B - N_y + 1 - N_{\text{ист.т}} = 6 - 4 + 1 - 0 = 3$ ;

всего уравнений:  $N = N_I + N_{II} = N_B - N_{\text{ист.т}} = 6 - 0 = 6$ .

В схеме рис. П1.9 нужно определить шесть токов ветвей, для чего составить шесть уравнений по первому и второму законам Кирхгофа для выбранных произвольно положительных токов в ветвях.

Уравнения по первому закону Кирхгофа имеют вид:

для 1-го узла  $-i_1 + i_2 - i_3 = 0$ ;

для 2-го узла  $i_3 + i_4 + i_5 = 0$ ;

для 3-го узла  $-i_2 - i_5 + i_6 = 0$ .

2. Выберем в схеме три независимых контура и произвольно покажем направления обхода этих контуров.

Независимым называется контур, в который входит хотя бы одна ветвь, не входящая ни в какой другой контур.

Уравнения по второму закону Кирхгофа имеют вид:

для I контура  $-U_{02} + i_2 R_2 - i_5 R_5 + U_{05} + i_3 R_3 - U_{03} = 0$ ;

для II контура  $-U_{01} + i_1 R_1 + U_{03} - i_3 R_3 + i_4 R_4 - U_{04} = 0$ ;

для III контура  $-U_{06} + U_{04} - i_4 R_4 - U_{05} + i_5 R_5 + i_6 R_6 = 0$ .

3. После анализа любой цепи нужно сделать проверку правильности расчетов. Для этого составляется уравнение баланса мощностей, согласно которому алгебраическая сумма мощностей в цепи, вносимых источниками ( $P_{отд}$ ), равна сумме мощностей, потребляемых цепью ( $P_{потр}$ ):

$$P_{отд} = P_{потр};$$

$$P_{отд} = \sum_{k=1}^n U_{0k} \cdot I_k + \sum_{k=1}^l I_{0k} \cdot U_k,$$

где  $n$  – число источников напряжения;

$l$  – число источников тока;

$$P_{потр} = \sum_{k=1}^m I_k^2 \cdot R_k,$$

где  $m$  – число резистивных сопротивлений.

Для цепи рис. П1.9 потребляемая мощность рассчитывается по формуле

$$P_{потр} = i_1^2 \cdot R_1 + i_2^2 \cdot R_2 + i_3^2 \cdot R_3 + i_4^2 \cdot R_4 + i_5^2 \cdot R_5 + i_6^2 \cdot R_6;$$

отдаваемая мощность – по формуле:

$$P_{отд} = U_{01} \cdot i_1 + U_{02} \cdot i_2 + U_{03} \cdot i_3 + U_{04} \cdot i_4 + U_{05} \cdot i_5 + U_{06} \cdot i_6.$$

### Пример П1.3.2

Для цепи, представленной на рис. П1.10, необходимо составить систему уравнений по первому и второму законам Кирхгофа относительно неизвестных токов ветвей.

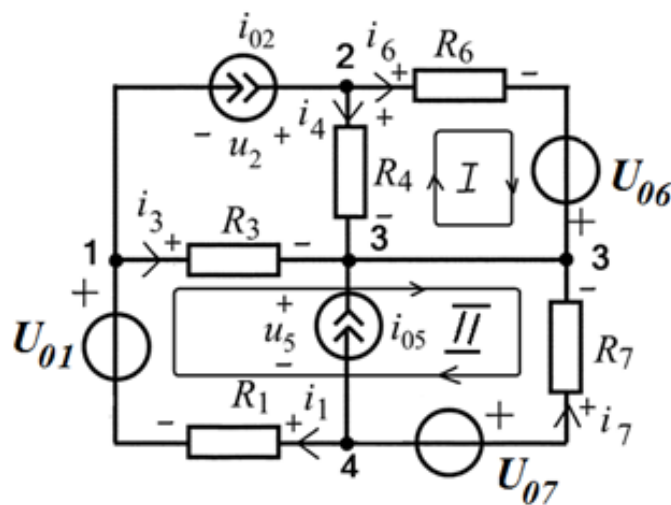


Рис. П1.10

### Решение

1. Определим число независимых уравнений:

по первому закону Кирхгофа  $N_I = N_y - 1 = 4 - 1 = 3$ ;

по второму закону Кирхгофа  $N_{II} = N_B - N_y + 1 - N_{ист.т} = 7 - 4 + 1 - 2 = 2$ ;

всего уравнений:  $N = N_I + N_{II} = N_B - N_{ист.т} = 7 - 2 = 5$ .

Число уравнений уменьшилось, так как во второй и пятой ветвях есть источники тока, а следовательно, токи в этих ветвях известны.

Уравнения по первому закону Кирхгофа имеют вид:

для 1-го узла  $-i_1 + i_{02} + i_3 = 0$ ;

для 2-го узла  $-i_{02} + i_4 + i_6 = 0$ ;

для 3-го узла  $-i_3 - i_{05} - i_4 - i_6 - i_7 = 0$ .

2. Контур в таких цепях (рис. П1.10) выбираются таким образом, чтобы ветви с источниками тока не входили ни в один контур. Уравнения по второму закону Кирхгофа имеют вид:

для I контура  $i_6 R_6 - U_{06} - i_4 R_4 = 0$ ;

для II контура  $i_3 R_3 - i_7 R_7 + U_{07} + i_1 R_1 - U_{01} = 0$ .

3. Для цепи рис. П1.10 потребляемая мощность рассчитывается по формуле

$$P_{потр} = i_1^2 \cdot R_1 + i_3^2 \cdot R_3 + i_4^2 \cdot R_4 + i_6^2 \cdot R_6 + i_7^2 \cdot R_7;$$

отдаваемая мощность – по формуле

$$P_{отд} = U_{01} \cdot i_1 + i_{02} \cdot u_2 + U_{06} \cdot i_6 + U_{07} \cdot i_7 + i_{05} \cdot u_5,$$

где  $u_2$  – напряжение на зажимах источника тока  $i_{02}$ , а  $u_5$  – напряжение на зажимах источника тока  $i_{05}$ , которые определяются по второму закону Кирхгофа:

$$u_2 = i_4 R_4 - i_3 R_3;$$

$$u_5 = u_{07} - i_7 R_7.$$

## П1.4. Метод узловых напряжений

### Пример П1.4.1

Для цепи, представленной на рис. П1.11, необходимо найти токи методом узловых напряжений.

### Решение

Цепь (рис. П1.11) содержит только источники тока и резистивные сопротивления.

Схема имеет  $N_y = 3$  узла, поэтому по первому закону Кирхгофа нужно составить  $N_I$  независимых уравнений:

$$N_I = N_y - 1 = 3 - 1 = 2.$$

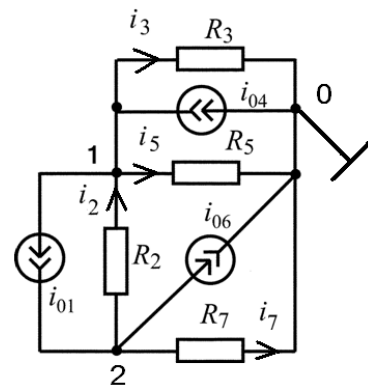


Рис. П1.11

Базисный узел выбираем произвольно.

Каноническая система узловых уравнений 2-го порядка имеет вид

$$\begin{cases} G_{11} \cdot U_{1y} - G_{12} \cdot U_{2y} = i_{1y}; \\ -G_{21} \cdot U_{1y} + G_{22} \cdot U_{2y} = i_{2y}. \end{cases}$$

где  $G_{11} = G_3 + G_5 + G_2$  – собственная проводимость 1-го узла;

$G_{22} = G_7 + G_2$  – собственная проводимость 2-го узла;

$G_{12} = G_2 = G_{21}$  – взаимная проводимость 1-го и 2-го узлов цепи;

$i_{1y} = i_{04} - i_{01}$  – задающий узловой ток 1-го узла;

$i_{2y} = i_{01} - i_{06}$  – задающий узловой ток 2-го узла.

Решение этой системы дает значения узловых напряжений  $U_{1y}$  и  $U_{2y}$ , которые позволяют определить токи ветвей:

$$i_2 = \frac{(U_{2y} - U_{1y})}{R_2} = G_2 \cdot (U_{2y} - U_{1y}); \quad i_3 = \frac{(U_{1y} - U_{0y})}{R_3} = G_3 \cdot U_{1y};$$

$$i_5 = \frac{(U_{1y} - U_{0y})}{R_5} = G_5 \cdot U_{1y}; \quad i_7 = \frac{(U_{2y} - U_{0y})}{R_7} = G_7 \cdot U_{2y}.$$

### Пример П1.4.2

Для цепи, представленной на рис. П1.12, необходимо найти токи методом узловых напряжений.

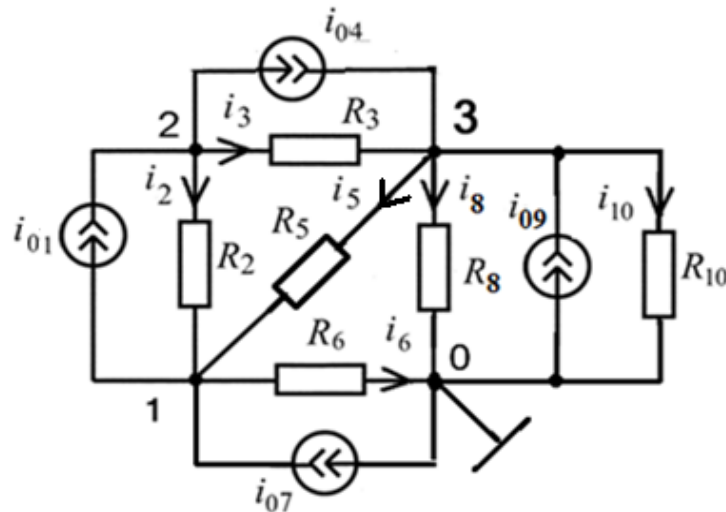


Рис. П1.12

### Решение

Цепь (рис. П1.12) содержит только источники тока и резистивные сопротивления.



Схема имеет  $N_y = 4$  узла, поэтому по первому закону Кирхгофа нужно составить  $N_I$  независимых уравнений:

$$N_I = N_y - 1 = 4 - 1 = 3.$$

Базисный узел выбираем произвольно.

Каноническая система узловых уравнений 3-го порядка имеет вид

$$\begin{cases} G_{11} \cdot U_{1y} - G_{12} \cdot U_{2y} - G_{13} \cdot U_{3y} = i_{1y}; \\ -G_{21} \cdot U_{1y} + G_{22} \cdot U_{2y} - G_{23} \cdot U_{3y} = i_{2y}; \\ -G_{31} \cdot U_{1y} - G_{32} \cdot U_{2y} + G_{33} \cdot U_{3y} = i_{3y}. \end{cases}$$

где  $G_{11} = G_2 + G_5 + G_6$  – собственная проводимость 1-го узла;

$G_{22} = G_3 + G_2$  – собственная проводимость 2-го узла;

$G_{33} = G_3 + G_5 + G_8 + G_{10}$  – собственная проводимость 3-го узла;

$G_{12} = G_2 = G_{21}$  – взаимная проводимость 1-го и 2-го узлов цепи;

$G_{13} = G_5 = G_{31}$  – взаимная проводимость 1-го и 3-го узлов цепи;

$G_{23} = G_3 = G_{32}$  – взаимная проводимость 2-го и 3-го узлов цепи;

$i_{1y} = i_{07} - i_{01}$  – задающий узловой ток 1-го узла;

$i_{2y} = i_{01} - i_{04}$  – задающий узловой ток 2-го узла;

$i_{3y} = i_{04} + i_{09}$  – задающий узловой ток 3-го узла.

Решение этой системы дает значения узловых напряжений  $U_{1y}, U_{2y}, U_{3y}$ , которые позволяют определить токи ветвей:

$$\begin{aligned} i_2 &= \frac{(U_{2y} - U_{1y})}{R_2} = G_2 \cdot (U_{2y} - U_{1y}); & i_3 &= \frac{(U_{2y} - U_{3y})}{R_3} = G_3 \cdot (U_{2y} - U_{3y}); \\ i_5 &= \frac{(U_{3y} - U_{1y})}{R_5} = G_5 \cdot (U_{3y} - U_{1y}); & i_6 &= \frac{(U_{1y} - U_{0y})}{R_6} = G_6 \cdot U_{1y}; \\ i_8 &= \frac{(U_{3y} - U_{0y})}{R_8} = G_8 \cdot U_{3y}, & i_{10} &= \frac{(U_{3y} - U_{0y})}{R_{10}} = G_{10} \cdot U_{3y}. \end{aligned}$$

### **Пример П1.4.3**

Для цепи, представленной на рис. П1.13, необходимо найти токи методом узловых напряжений.

*Решение*

Рассмотрим особенности анализа методом узловых напряжений цепей, содержащих не только резистивные сопротивления, независимые источники тока, но и независимые источники напряжения (цепь  $R, i_0, U_0$ ).

В качестве примера рассмотрим цепь  $R, i_0, U_0$  на рис. П1.13.

Для цепи на рис. П1.13 методом узловых напряжений необходимо определить все токи, если  $u_{01} = 3$  В,  $u_{06} = 5$  В,  $i_{03} = 2$  А,  $R_2 = R_4 = R_5 = R_6 = 10$  Ом, и сделать проверку полученного решения по законам Кирхгофа.

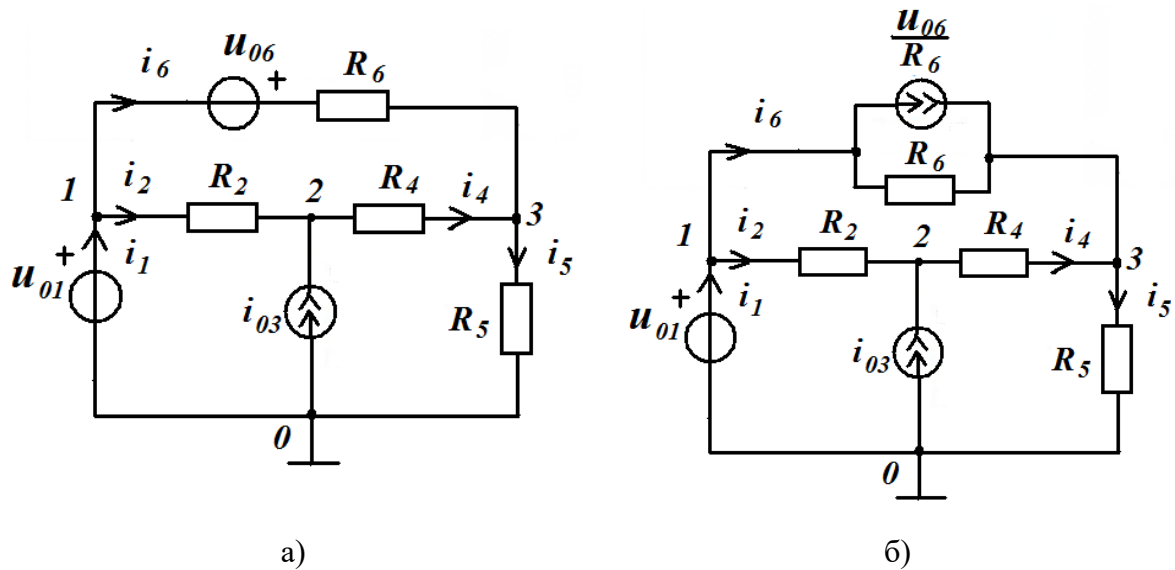


Рис. П1.13

Если рассчитываемая цепь содержит ветвь, состоящую только из источника напряжения, то в качестве базисного узла следует выбирать тот узел, к которому подключен зажим со знаком « $\rightarrow$ » этого источника напряжения. Узловое напряжение базисного узла принимается равным нулю, т. е.  $U_{0y} = 0$ . Пронумеруем все узлы 0, 1, 2, 3 так, как показано на рис. П1.13, а. Заменяем ветвь с источником напряжения  $u_{06}$  и резистивным сопротивлением  $R_6$  в соответствии с рис. 1.4.2 на эквивалентную схему с источником тока и получим следующую схему замещения (рис. П1.13, б).

Поскольку узловым напряжением называется разность потенциалов между неким узлом цепи и базисным узлом, то напряжение узла 1 совпадает с напряжением источника напряжения  $u_{01}$ , т. е.  $U_{1y} = u_{01} = 3$  В. Для оставшихся узлов 2 и 3 нужно составить узловые уравнения:

$$\begin{cases} U_{1y} = u_{01}; \\ -G_{21} \cdot U_{1y} + G_{22} \cdot U_{2y} - G_{23} \cdot U_{3y} = i_{2y}; \\ -G_{31} \cdot U_{1y} - G_{32} \cdot U_{2y} + G_{33} \cdot U_{3y} = i_{3y}, \end{cases}$$

где  $G_{22} = G_2 + G_4$  – собственная проводимость 2-го узла;

$G_{33} = G_4 + G_5 + G_6$  – собственная проводимость 3-го узла;

$G_{12} = G_2 = G_{21}$  – взаимная проводимость 1-го и 2-го узлов цепи;

$G_{13} = G_6 = G_{31}$  – взаимная проводимость 1-го и 3-го узлов цепи;

$G_{23} = G_4 = G_{32}$  – взаимная проводимость 2-го и 3-го узлов цепи;

$i_{2y} = i_{03}$  – задающий узловой ток 2-го узла;

$i_{3y} = \frac{u_{06}}{R_6}$  – задающий узловой ток 3-го узла.

Заменим  $u_{01}$ ,  $u_{06}$ ,  $i_{03}$ ,  $R_2$ ,  $R_4$ ,  $R_5$ ,  $R_6$  численными значениями:

$$\begin{cases} U_{1y} = 3; \\ -0,3 + 0,2 \cdot U_{2y} - 0,1 \cdot U_{3y} = 2; \\ -0,3 - 0,1 \cdot U_{2y} + 0,3 \cdot U_{3y} = 0,5. \end{cases}$$

Умножим уравнения на 10 и перенесем числа в правую часть:

$$\begin{cases} U_{1y} = 3; \\ 2 \cdot U_{2y} - U_{3y} = 23; \\ -1 \cdot U_{2y} + 3 \cdot U_{3y} = 8. \end{cases}$$

Для нахождения токов в ветвях задаем (произвольно) положительные направления отсчета этих токов (рис. П1.13).

Решение этой системы дает значения узловых напряжений  $U_{1y}$ ,  $U_{2y}$ ,  $U_{3y}$ , которые позволяют определить токи ветвей:

$$U_{1y} = 3 \text{ В}; \quad U_{2y} = 15,4 \text{ В}; \quad U_{3y} = 7,8 \text{ В}.$$

Тогда, используя закон Ома, получаем:

$$\begin{aligned} i_2 &= \frac{(U_{1y} - U_{2y})}{R_2} = G_2 \cdot (U_{1y} - U_{2y}) = \frac{(3 - 15,4)}{10} = -1,24 \text{ А}; \\ i_4 &= \frac{(U_{2y} - U_{3y})}{R_4} = G_4 \cdot (U_{2y} - U_{3y}) = \frac{(15,4 - 7,8)}{10} = 0,76 \text{ А}; \\ i_5 &= \frac{(U_{3y} - U_{0y})}{R_5} = G_5 \cdot (U_{3y} - U_{0y}) = \frac{(7,8 - 0)}{10} = 0,78 \text{ А}; \\ i_6 &= \frac{(U_{1y} - U_{3y}) + u_{06}}{R_6} = \frac{(3 - 7,8 + 5)}{10} = 0,02 \text{ А}. \end{aligned}$$

Ток  $i$  через источник напряжения вычисляем по первому закону Кирхгофа. Для первого узла схемы имеем:  $-i_1 + i_2 + i_6 = 0$ . Тогда ток определяется выражением

$$i_1 = i_2 + i_6 = -1,24 + 0,02 = -1,22 \text{ А}.$$

Проверка решения по законам Кирхгофа:

$$\begin{aligned} -i_1 + i_2 + i_6 &= 1,22 - 1,24 + 0,02 = 0; \\ -i_{03} - i_2 + i_4 &= -2 + 1,24 + 0,76 = 0; \\ -i_4 - i_6 + i_5 &= -0,76 - 0,02 + 0,78 = 0; \\ i_2 \cdot R_2 + i_4 \cdot R_4 - i_6 \cdot R_6 + u_{06} &= -12,4 + 7,6 - 0,2 + 5 = 0; \\ -u_{06} + i_6 \cdot R_6 + i_5 \cdot R_5 - u_{01} &= -5 + 0,2 + 7,8 - 3 = 0. \end{aligned}$$

## П1.5. Метод контурных токов

### Пример П1.5.1

Для цепи, представленной на рис. П1.14, необходимо найти токи ветвей методом контурных токов.

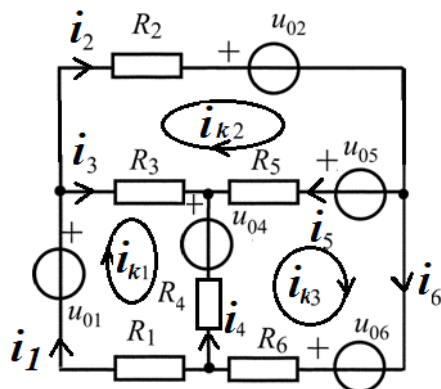


Рис. П1.14

### Решение

Цепь (рис. П1.14) содержит только источники напряжения и резистивные сопротивления.

Определим число независимых контуров в заданной цепи:

$$N = N_B - N_y + 1 = 6 - 4 + 1 = 3.$$

Выберем три независимых контура и покажем произвольно направления контурных токов в них.

Каноническая система контурных уравнений третьего порядка имеет вид

$$\begin{cases} R_{11} \cdot i_{k1} + R_{12} \cdot i_{k2} + R_{13} \cdot i_{k3} = u_{k1}; \\ R_{21} \cdot i_{k1} + R_{22} \cdot i_{k2} + R_{23} \cdot i_{k3} = u_{k2}; \\ R_{31} \cdot i_{k1} + R_{32} \cdot i_{k2} + R_{33} \cdot i_{k3} = u_{k3}, \end{cases}$$

где

$$\begin{aligned} R_{11} &= R_1 + R_3 + R_4; & R_{12} &= R_{21} = -R_3; \\ R_{22} &= R_2 + R_3 + R_5; & R_{13} &= R_{31} = -R_4; \\ R_{33} &= R_4 + R_5 + R_6; & R_{23} &= R_{32} = -R_5; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_{k1} &= u_{01} - u_{04}; \\ u_{k2} &= u_{05} - u_{02}; \\ u_{k3} &= u_{06} - u_{05} + u_{04}. \end{aligned}$$

Решение полученной системы дает численные значения контурных токов  $i_{k1}$ ,  $i_{k2}$ ,  $i_{k3}$ .

Покажем произвольно направления токов ветвей и рассчитаем их через контурные токи:

$$\begin{aligned} i_1 &= i_{k1}; \quad i_2 = i_{k2}; \quad i_3 = i_{k1} - i_{k2}; \quad i_4 = i_{k3} - i_{k1}; \\ i_5 &= i_{k2} - i_{k3}; \quad i_6 = i_{k3}. \end{aligned}$$

### Пример П1.5.2

Для цепи, представленной на рис. П1.15, необходимо найти токи ветвей методом контурных токов.

Данные для расчета:

$$u_0 = 60 \text{ В}; i_0 = 50 \text{ мА}; R_1 = 5 \text{ кОм};$$

$$R_2 = 16 \text{ кОм}; R_3 = 8 \text{ кОм};$$

$$R_4 = 4 \text{ кОм}; R_5 = 2 \text{ кОм}.$$

*Решение*

Цепь (рис. П1.15) содержит источники напряжения, источники тока и резистивные сопротивления.

Цепь содержит 4 узла, 6 ветвей и один источник тока. Число уравнений по методу контурных токов:

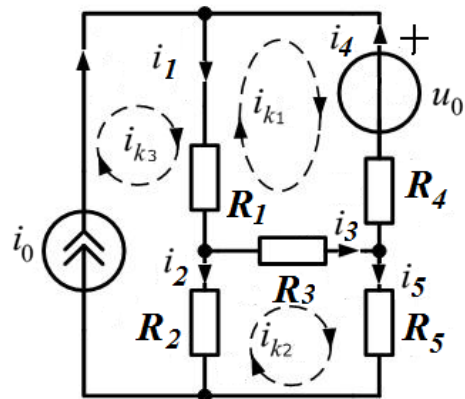


Рис. П1.15

$$N = N_{\text{в}} - N_{\text{у}} + 1 - N_{\text{ист.т}} = 6 - 4 + 1 - 1 = 2.$$

Выбираем на схеме два замкнутых контура, не содержащих ветви с источником тока. Далее обозначим контурные токи и произвольно выберем их направление. Также обозначим на схеме и выберем направление контурного тока  $i_{k3} = i_0$ . Составим систему из двух уравнений:

$$\begin{aligned} (R_1 + R_4 + R_3) \cdot i_{k1} - R_3 \cdot i_{k2} - R_1 \cdot i_{k3} &= -U_0; \\ -R_3 \cdot i_{k1} + (R_2 + R_5 + R_3) \cdot i_{k2} - R_2 \cdot i_{k3} &= 0. \end{aligned}$$

Подставляем численные значения в полученную систему:

$$\begin{aligned} i_{k3} &= i_0 = 50 \cdot 10^{-3} \text{ А}; \\ 17 \cdot 10^3 \cdot i_{k1} - 8 \cdot 10^3 \cdot i_{k2} &= 190; \\ -8 \cdot 10^3 \cdot i_{k1} + 26 \cdot 10^3 \cdot i_{k2} &= 800. \end{aligned}$$

Решаем полученную систему и получаем следующие значения:

$$i_{k1} = 30 \text{ мА}; i_{k2} = 40 \text{ мА}.$$

Зная значения контурных токов, определяем токи ветвей:

$$\begin{aligned} i_1 &= i_{k3} - i_{k1} = 50 - 30 = 20 \text{ мА}; \\ i_2 &= i_{k3} - i_{k2} = 50 - 40 = 10 \text{ мА}; \\ i_3 &= i_{k2} - i_{k1} = 40 - 30 = 10 \text{ мА}; \\ i_4 &= -i_{k1} = -30 \text{ мА}; \\ i_5 &= i_{k2} = 40 \text{ мА}. \end{aligned}$$

## П1.6. Метод эквивалентного генератора

### Пример П1.6

Для цепи, представленной на рис. П1.16, необходимо найти ток, используя метод эквивалентного генератора:

$$u_{06} = 20 \text{ В}; i_{01} = 10 \text{ мА};$$

$$R_2 = 4 \text{ кОм}; R_3 = 6 \text{ кОм}; R_4 = 1 \text{ кОм}; R_5 = 2 \text{ кОм}; R_6 = 8 \text{ кОм}$$

### Решение

Заменим внешнюю по отношению к нагрузке  $R_4$  цепь эквивалентным генератором напряжения (рис. П1.17).

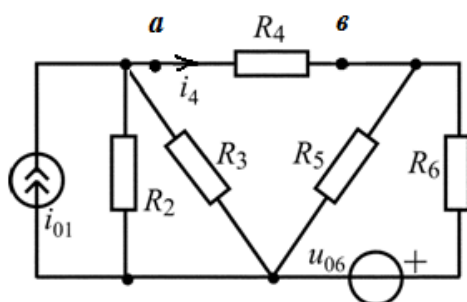


Рис. П1.16

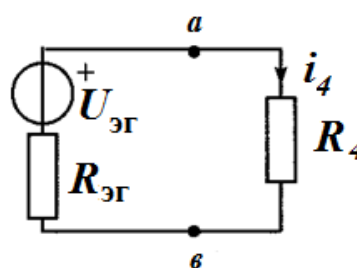


Рис. П1.17

Тогда ток  $i_4$  может быть найден по закону Ома:

$$i_4 = \frac{U_{\text{эГ}}}{R_{\text{эГ}} + R_4}.$$

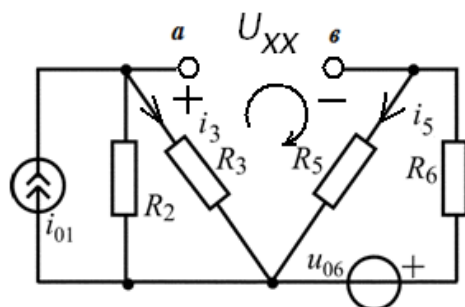


Рис. П1.18

Найдем  $U_{\text{эГ}}$  – задающее напряжение эквивалентного генератора. Для этого нарисуем схему, разорвав ветвь с  $R_4$ , так как  $U_{\text{эГ}} = U_{\text{ХХ}}$  (рис. П1.18).

Запишем уравнение по второму закону Кирхгофа для контура, в который входит  $U_{\text{ХХ}}$ :

$$U_{\text{ХХ}} + i_5 \cdot R_5 - i_3 \cdot R_3 = 0.$$

Токи  $i_3$  и  $i_5$  определяются выражениями:

$$i_3 = \frac{i_{01} \cdot R_2}{R_2 + R_3} = \frac{10 \cdot 10^{-3} \cdot 4 \cdot 10^3}{4 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^3} = 4 \text{ мА};$$

$$i_5 = \frac{u_{06}}{R_5 + R_6} = \frac{20}{2 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^3} = 2 \text{ мА}.$$

Найдем напряжение эквивалентного генератора:

$$U_{xx} = U_{\text{эГ}} = -i_5 \cdot R_5 + i_3 \cdot R_3 = \\ = -2 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^{-3} \cdot 6 \cdot 10^3 = 20 \text{ В.}$$

Найдем  $R_{\text{эГ}}$  – внутреннее сопротивление эквивалентного генератора, для этого перерисуем схему для определения  $U_{\text{эГ}}$ , удалив из нее источники тока и напряжения (источники тока заменим разрывом, а источники напряжения – коротким замыканием (проводом)) (рис. П1.19):

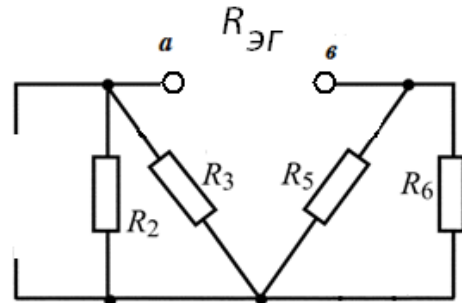


Рис. П1.19

$$R_{\text{эГ}} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} + \frac{R_5 \cdot R_6}{R_5 + R_6}.$$

Рассчитаем  $R_{\text{эГ}}$ :

$$R_{\text{эГ}} = \frac{4 \cdot 10^3 \cdot 6 \cdot 10^3}{4 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^3} + \frac{2 \cdot 10^3 \cdot 8 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^3} = 4 \text{ кОм.}$$

Теперь рассчитаем ток:

$$i_4 = \frac{U_{\text{эГ}}}{R_{\text{эГ}} + R_4} = \frac{20}{4 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^3} = 4 \text{ мА.}$$

Приложение 2

**СИМВОЛИЧЕСКИЙ МЕТОД АНАЛИЗА  
ГАРМОНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ  
В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ**

**П2.1. Комплексные сопротивления и проводимости  
пассивных двухполюсников**

**Пример П2.1.1**

Рассчитайте комплексное сопротивление двухполюсника, если заданы мгновенные значения напряжения и тока на его входе:

$$i(t) = 1,1 \cos\left(10^4 t + \frac{\pi}{4}\right), \text{ мА.}$$

Нарисуйте схему и найдите параметры элементов простейшей последовательной цепи, имеющей такое комплексное сопротивление:

$$u(t) = 5,5 \cos\left(10^4 t + \frac{\pi}{2}\right), \text{ В.}$$

*Решение*

Запишем комплексные амплитуды тока и напряжения:

$$\begin{aligned} \dot{I}_m &= 1,1 e^{j\frac{\pi}{4}}, \text{ мА;} \\ \dot{U}_m &= 5,5 e^{j\frac{\pi}{2}}, \text{ В.} \end{aligned}$$

Найдем комплексное сопротивление данного двухполюсника:

$$Z(j\omega) = \frac{\dot{U}_m}{\dot{I}_m} = \frac{5,5 e^{j\frac{\pi}{2}}}{1,1 \cdot 10^{-3} e^{j\frac{\pi}{4}}} = 5 \cdot 10^3 e^{j\frac{\pi}{4}}, \text{ Ом.}$$

Перейдем от показательной формы записи  $Z(j\omega)$  к алгебраической:

$$\begin{aligned} Z(j\omega) &= 5 \cdot 10^3 e^{j\frac{\pi}{4}} = 5 \cdot 10^3 \cos \frac{\pi}{4} + j 5 \cdot 10^3 \sin \frac{\pi}{4} = \\ &= 5 \cdot 10^3 \frac{\sqrt{2}}{2} + j 5 \cdot 10^3 \frac{\sqrt{2}}{2}, \text{ Ом.} \end{aligned}$$

Получившееся значение равно сумме двух сопротивлений:

одно чисто вещественно и соответствует  $Z_R = R = 5 \cdot 10^3 \frac{\sqrt{2}}{2}$  Ом;  
второе чисто мнимое положительное и соответствует



$$Z_L(j\omega) = j\omega L = j5 \cdot 10^3 \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Из этого уравнения находим

$$L = \frac{5 \cdot 10^3 \sqrt{2}}{\omega \cdot 2}; \quad \omega = 10^4 \text{ с}^{-1};$$

$$L = \frac{5 \cdot 10^3 \sqrt{2}}{10^4 \cdot 2} = 0,354 \text{ Гн.}$$

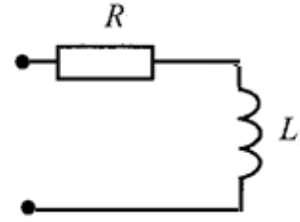


Рис. П2.1

Поскольку  $Z(j\omega) = Z_R + Z_L(j\omega)$ , то элементы  $R$  и  $L$  соединены последовательно. Схема двухполюсника приведена на рис. П2.1.

### Пример П2.1.2

Рассчитайте комплексную проводимость двухполюсника, если заданы мгновенные значения напряжения и тока на его входе:

$$i(t) = 1,1 \cos\left(10^4 t + \frac{\pi}{4}\right), \text{ мА.}$$

Нарисуйте схему и найдите параметры элементов простейшей параллельной цепи, имеющей такую комплексную проводимость:

$$u(t) = 5,5 \cos\left(10^4 t + \frac{\pi}{2}\right), \text{ В.}$$

### Решение

Запишем комплексные амплитуды тока и напряжения:

$$\dot{I}_m = 1,1 e^{j\frac{\pi}{4}}, \text{ мА};$$

$$\dot{U}_m = 5,5 e^{j\frac{\pi}{2}}, \text{ В.}$$

Найдем комплексную проводимость данного двухполюсника:

$$Y(j\omega) = \frac{\dot{I}_m}{\dot{U}_m} = \frac{1,1 \cdot 10^{-3} e^{j\frac{\pi}{4}}}{5,5 e^{j\frac{\pi}{2}}} = 0,2 \cdot 10^{-3} e^{-j\frac{\pi}{4}}, \text{ См.}$$

Перейдем от показательной формы записи  $Y(j\omega)$  к алгебраической:

$$Y(j\omega) = 0,2 \cdot 10^{-3} e^{-j\frac{\pi}{4}} = 0,2 \cdot 10^{-3} \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + j0,2 \cdot 10^{-3} \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) =$$

$$= 0,2 \cdot 10^{-3} \frac{\sqrt{2}}{2} - j0,2 \cdot 10^{-3} \frac{\sqrt{2}}{2}, \text{ См.}$$

Получившееся значение равно сумме двух проводимостей:

одно чисто вещественно и соответствует  $Y_R = \frac{1}{R} = 0,2 \cdot 10^{-3} \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ См};$

$$R = \frac{2}{0,2 \cdot 10^{-3} \sqrt{2}} = \frac{10^4}{\sqrt{2}} \text{ Ом};$$

второе чисто мнимое отрицательное и соответствует

$$Y_L(j\omega) = -j \frac{1}{\omega L} = -j 0,2 \cdot 10^{-3} \frac{\sqrt{2}}{2}, \text{ См.}$$

Из этого уравнения находим

$$L = \frac{2}{\omega \cdot 0,2 \cdot 10^{-3} \sqrt{2}}; \quad \omega = 10^4 \text{ с}^{-1};$$

$$L = \frac{2}{10^4 \cdot 0,2 \cdot 10^{-3} \sqrt{2}} = \frac{10^4}{10^4} \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,707 \text{ Гн.}$$

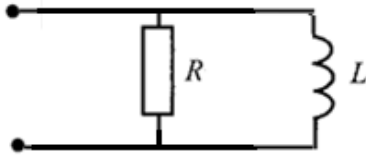


Рис. П2.2

Поскольку  $Y(j\omega) = Y_R + Y_L(j\omega)$ , то элементы  $R$  и  $L$  соединены параллельно. Схема двухполюсника приведена на рис. П2.2.

## П2.2. Символический метод анализа гармонических колебаний в разветвленных цепях

### Пример П2.2

Для цепи, представленной на рис. П2.3, рассчитать токи ветвей, записать их мгновенные значения, вычислить действующие значения, если

$$u_0(t) = 20 \cos(10^5 t + 60^\circ), \text{ В};$$

$$L = 10 \text{ мГн}; \quad C = 0,005 \text{ мкФ};$$

$$R_1 = 1 \text{ кОм}; \quad R_2 = 2 \text{ кОм.}$$

Сделать проверку выполнения правильности решения с помощью баланса мощностей.

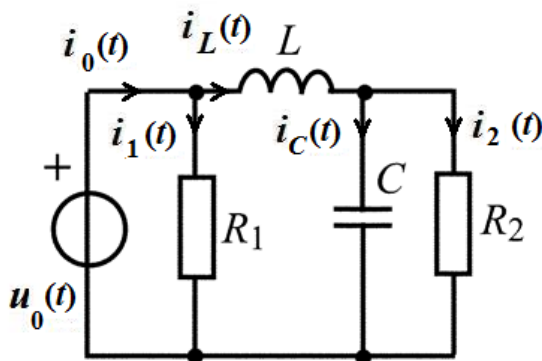


Рис. П2.3

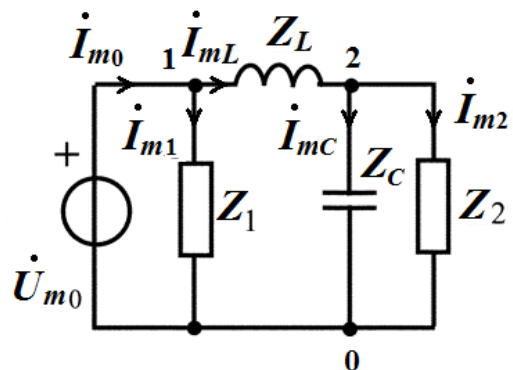


Рис. П2.4

*Решение*

1. Зададимся положительными направлениями токов в цепи и покажем их стрелками. Отметим узлы 0, 1, 2 (рис. П2.3).

2. Применим символический метод и перейдем к комплексной схеме замещения цепи (рис. П2.4).

Определим параметры цепи:

$$\dot{U}_{m0} = U_{m0} \cdot e^{j\psi_u} = 20 \cdot e^{j60^\circ} \text{ В};$$

$$Z_L(j\omega) = j\omega L = j10^5 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = j10^3 = 10^3 \cdot e^{j90^\circ}, \text{ Ом};$$

$$\begin{aligned} Z_C(j\omega) &= \frac{1}{j\omega C} = \frac{-j}{\omega C} = \frac{-j}{10^5 \cdot 0,005 \cdot 10^{-6}} = -j2 \cdot 10^3 = \\ &= 2 \cdot 10^3 \cdot e^{-j90^\circ}, \text{ Ом}; \end{aligned}$$

$$Z_1 = R_1 = 10^3 \text{ Ом}; \quad Z_2 = R_2 = 2 \cdot 10^3 \text{ Ом}.$$

3. Определим неизвестные комплексные токи и напряжения линейной цепи с одним независимым источником напряжения путем эквивалентных преобразований схемы заданной цепи.

Параллельное соединение элементов  $Z_2$  и  $Z_C$  заменим эквивалентным  $Z_{\text{э}1}$ :

$$\begin{aligned} Z_{\text{э}1} &= \frac{Z_2 \cdot Z_C}{Z_2 + Z_C} = \frac{2 \cdot 10^3 \cdot (-j2 \cdot 10^3)}{2 \cdot 10^3 - j2 \cdot 10^3} = \frac{-j2 \cdot 10^3}{1-j} = \\ &= \frac{-j2 \cdot 10^3 \cdot (1+j)}{(1-j) \cdot (1+j)} = \frac{-j2 \cdot 10^3 \cdot (1+j1)}{2} = 10^3 \cdot (1-j1) = \\ &= 10^3 \cdot \sqrt{1^2 + (-1)^2} \cdot e^{j\arctg\left(\frac{-1}{1}\right)} = \\ &= 10^3 \cdot \sqrt{2} \cdot e^{-j\arctg 1} = 10^3 \cdot \sqrt{2} \cdot e^{-j45^\circ}, \text{ Ом}. \end{aligned}$$

Последовательное соединение элементов  $Z_L$  и  $Z_{\text{э}1}$  заменим эквивалентным  $Z_{\text{э}2}$ :

$$Z_{\text{э}2} = Z_L + Z_{\text{э}1} = j10^3 + 10^3 \cdot (1-j1) = 10^3 \text{ Ом}.$$

Параллельное соединение элементов  $Z_{\text{э}2}$  и  $Z_1$  заменим эквивалентным  $Z_{\text{э}кв}$ :

$$Z_{\text{э}кв} = \frac{Z_{\text{э}2} \cdot Z_1}{Z_{\text{э}2} + Z_1} = \frac{10^3 \cdot 10^3}{10^3 + 10^3} = 500 \text{ Ом}.$$

Вычислим комплексную амплитуду тока  $\dot{I}_{m0}$ :

$$\dot{I}_{m0} = \frac{\dot{U}_{m0}}{Z_{\text{э}кв}} = \frac{20 \cdot e^{j60^\circ}}{500} = 0,04 \cdot e^{j60^\circ}, \text{ А}.$$

Вычислим комплексную амплитуду тока  $\dot{I}_{mL}$ :

$$\dot{I}_{mL} = \frac{\dot{U}_{m0}}{Z_{\Sigma 2}} = \frac{20 \cdot e^{j60^\circ}}{10^3} = 0,02 \cdot e^{j60^\circ}, \text{ A.}$$

Вычислим комплексную амплитуду тока  $\dot{I}_{m1}$ :

$$\dot{I}_{m1} = \frac{\dot{U}_{m0}}{Z_1} = \frac{20 \cdot e^{j60^\circ}}{10^3} = 0,02 \cdot e^{j60^\circ}, \text{ A.}$$

Вычислим комплексное напряжение  $\dot{U}_{m20}$  между узлами 2 и 0 схемы:

$$\dot{U}_{m20} = \dot{I}_{mL} \cdot Z_{\Sigma 1} = 0,02 \cdot e^{j60^\circ} \cdot 10^3 \cdot \sqrt{2} \cdot e^{-j45^\circ} = 20 \cdot \sqrt{2} \cdot e^{j15^\circ}, \text{ B.}$$

Вычислим комплексные амплитуды токов  $\dot{I}_{mC}$  и  $\dot{I}_{m2}$ , используя закон Ома в комплексной форме:

$$\dot{I}_{mC} = \frac{\dot{U}_{m20}}{Z_C} = \frac{20 \cdot \sqrt{2} \cdot e^{j15^\circ}}{2 \cdot 10^3 \cdot e^{-j90^\circ}} = \sqrt{2} \cdot 10^{-2} \cdot e^{j105^\circ}, \text{ A;}$$

$$\dot{I}_{m2} = \frac{\dot{U}_{m20}}{Z_2} = \frac{20 \cdot \sqrt{2} \cdot e^{j15^\circ}}{2 \cdot 10^3} = \sqrt{2} \cdot 10^{-2} \cdot e^{j15^\circ}, \text{ A.}$$

Осуществляем переход от найденных комплексных амплитуд токов и напряжений к их мгновенным значениям по формуле:

$$i(t) = \text{Re} [\dot{I}_m \cdot e^{j\omega t}].$$

Получим для  $\omega = 10^5$  рад/с следующие мгновенные значения токов:

$$i_0(t) = 0,04 \cdot \cos(10^5 t + 60^\circ), \text{ A;}$$

$$i_L(t) = 0,02 \cdot \cos(10^5 t + 60^\circ), \text{ A;}$$

$$i_1(t) = 0,02 \cdot \cos(10^5 t + 60^\circ), \text{ A;}$$

$$i_C(t) = \sqrt{2} \cdot 10^{-2} \cdot \cos(10^5 t + 105^\circ), \text{ A;}$$

$$i_2(t) = \sqrt{2} \cdot 10^{-2} \cdot \cos(10^5 t + 15^\circ), \text{ A.}$$

Найдем комплексную мощность источника напряжения:

$$\tilde{S}_{\text{ист}} = \dot{U}_0 \cdot \dot{I}_0^* ;$$

$$\dot{U}_0 = \frac{\dot{U}_{m0}}{\sqrt{2}} = \frac{20 \cdot e^{j60^\circ}}{\sqrt{2}} ; \dot{I}_0^* = \frac{\dot{I}_{m0}^*}{\sqrt{2}} = \frac{0,04 \cdot e^{-j60^\circ}}{\sqrt{2}} ;$$

$$\tilde{S}_{\text{ист}} = \frac{20 \cdot e^{j60^\circ}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{0,04 \cdot e^{-j60^\circ}}{\sqrt{2}} = 0,4 = P_{\text{ист}} + jQ_{\text{ист}}.$$

Таким образом, средняя (активная) мощность источника напряжения равна  $P_{\text{ист}} = 0,4$  Вт, а реактивная мощность  $Q_{\text{ист}} = 0$  Вар.

Сделаем проверку баланса средней мощности. Найдем среднюю мощность, потребляемую цепью:

$$\begin{aligned} P_{\text{потр}} &= I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 = \left(\frac{I_{m1}}{\sqrt{2}}\right)^2 \cdot R_1 + \left(\frac{I_{m2}}{\sqrt{2}}\right)^2 \cdot R_2 = \\ &= \left(\frac{0,02}{\sqrt{2}}\right)^2 \cdot 10^3 + \left(\frac{\sqrt{2} \cdot 10^{-2}}{\sqrt{2}}\right)^2 \cdot 2 \cdot 10^3 = 0,2 + 0,2 = 0,4 \text{ Вт}; \\ P_{\text{ист}} &= P_{\text{потр}} = 0,4 \text{ Вт}. \end{aligned}$$

Баланс средней мощности сошелся.

Сделаем проверку баланса реактивной мощности. Найдем реактивную мощность:

$$\begin{aligned} Q &= I_L^2 \cdot \omega L - I_C^2 \cdot \frac{1}{\omega C} = \left(\frac{I_{mL}}{\sqrt{2}}\right)^2 \cdot \omega L - \left(\frac{I_{mC}}{\sqrt{2}}\right)^2 \cdot \frac{1}{\omega C} = \\ &= \left(\frac{0,02}{\sqrt{2}}\right)^2 \cdot 10^3 - \left(\frac{\sqrt{2} \cdot 10^{-2}}{\sqrt{2}}\right)^2 \cdot 2 \cdot 10^3 = 0 \text{ Вар}. \\ Q_{\text{ист}} &= Q = 0 \text{ Вар}. \end{aligned}$$

Баланс реактивной мощности сошелся.

**ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ  
ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ПЕРВОГО ПОРЯДКА.  
КОМПЛЕКСНЫЕ ПЕРЕДАТОЧНЫЕ ФУНКЦИИ**

**ПЗ.1. Амплитудно-частотные и фазочастотные характеристики  
пассивных четырехполюсников**

**Пример ПЗ.1.1**

Для цепи, представленной на рис. ПЗ.1, а, найти выражения для комплексных передаточных функций  $H_1(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}$ ,  $H_2(j\omega) = \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1}$  и соответствующих АЧХ и ФЧХ. Построить графики АЧХ и ФЧХ. Параметры цепи:  $R = 100 \text{ Ом}$ ,  $C = 5 \text{ нФ} = 5 \cdot 10^{-9} \text{ Ф}$ .

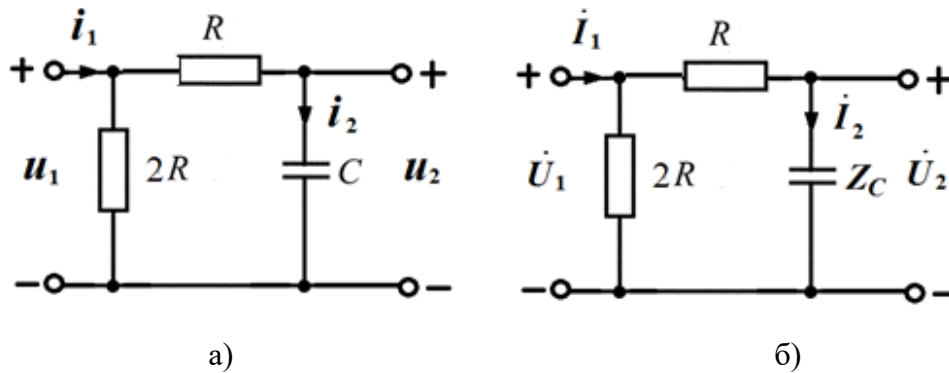


Рис. ПЗ.1

*Решение*

Переходим к схеме замещения цепи для комплексных действующих значений токов и напряжений (рис. ПЗ.1, б):

$$i(t) \rightarrow \dot{I}; \quad u(t) \rightarrow \dot{U}; \quad R \rightarrow Z_R = R; \quad C \rightarrow Z_C = \frac{1}{j\omega C}.$$

1. Найдем  $H_1(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}$ .

Комплексная реакция определяется по закону Ома:  $\dot{U}_2 = \dot{I}_2 \cdot Z_C$ .

Комплексное воздействие находится по второму закону Кирхгофа:

$$\begin{aligned} -\dot{U}_1 + \dot{I}_2 \cdot R + \dot{I}_2 \cdot Z_C &= 0; \\ \dot{U}_1 &= \dot{I}_2 \cdot (Z_C + R). \end{aligned}$$

Тогда

$$H_1(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{Z_C}{R + Z_C} = \frac{1}{1 + j\omega CR}.$$

$$\text{АЧХ: } |H_1(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}};$$

$$\text{ФЧХ: } \theta_1(\omega) = -\text{arctg}\omega CR.$$

Найдем граничную частоту полосы пропускания:

$$|H_1(j\omega_{\text{гр}})| = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{1+(\omega_{\text{гр}}RC)^2}}; 1+(\omega_{\text{гр}}RC)^2 = 2; \omega_{\text{гр}} = \frac{1}{RC};$$

$$\theta_1(\omega_{\text{гр}}) = -\text{arctg}\omega_{\text{гр}}CR = -\text{arctg}1 = -45^\circ.$$

На рис. П3.2 приведены графики АЧХ и ФЧХ, рассчитанные по полученным формулам.

По графику АЧХ видно, что цепь пропускает нижние частоты в диапазоне от  $\omega = 0$  до  $\omega = \omega_{\text{гр}}$ .

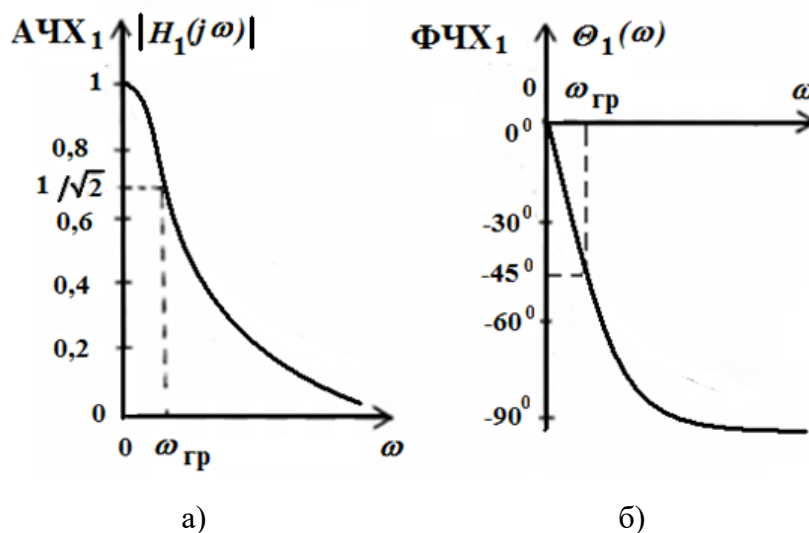


Рис. П3.2

2. Найдем  $H_2(j\omega) = \frac{i_2}{i_1}$ :

$$i_2 = i_1 \frac{2R}{2R + R + Z_C} = i_1 \frac{j2\omega CR}{1 + j3\omega CR};$$

$$H_2(j\omega) = \frac{j2\omega CR}{1 + j3\omega CR}.$$

$$\text{АЧХ: } |H_2(j\omega)| = \frac{2\omega CR}{\sqrt{1+(3\omega RC)^2}}.$$

$$\text{ФЧХ: } \theta_2(\omega) = \text{arctg}\frac{2\omega CR}{0} - \text{arctg}\frac{3\omega CR}{1} = \frac{\pi}{2} - \text{arctg} 3\omega CR.$$

Найдем граничную частоту полосы пропускания:

$$|H_2(j\omega_{гр})| = \frac{2}{3\sqrt{2}} = \frac{2\omega_{гр}CR}{\sqrt{1 + (3\omega_{гр}RC)^2}};$$

$$2^2 \cdot (1 + (3\omega_{гр}RC)^2) = (3\sqrt{2})^2 \cdot (2\omega_{гр}RC)^2; \quad \omega_{гр} = \frac{1}{3RC};$$

$$\theta_2(\omega_{гр}) = \frac{\pi}{2} - \arctg 3\omega_{гр}CR = \frac{\pi}{2} - \arctg 1 = 45^\circ.$$

На рис. ПЗ.3 показаны графики АЧХ и ФЧХ, рассчитанные по приведенным выше формулам.

По графику АЧХ видно, что цепь пропускает верхние частоты в диапазоне от  $\omega = \omega_{гр}$  до  $\omega \rightarrow \infty$ .

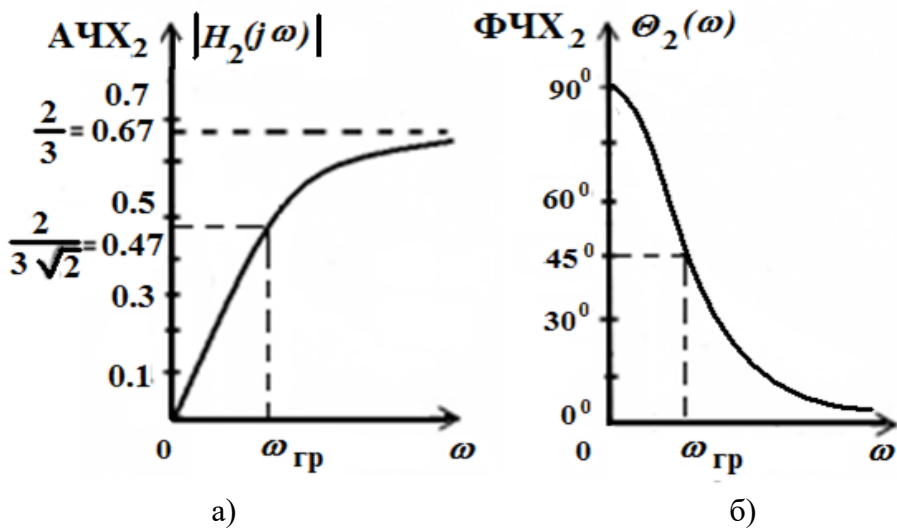


Рис. ПЗ.3

### ПЗ.2. Амплитудно-частотные и фазочастотные характеристики активных RC-цепей

#### Пример ПЗ.2

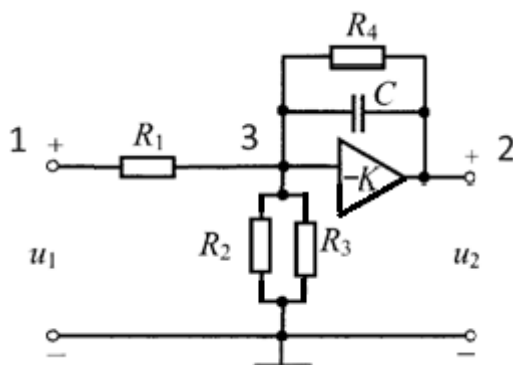


Рис. ПЗ.4

Для цепи, показанной рис. ПЗ.4, найти выражения для комплексной передаточной функции

$$H_1(j\omega) = \frac{\dot{u}_2}{\dot{u}_1}$$

и соответствующих АЧХ и ФЧХ. Построить графики АЧХ и ФЧХ. Параметры цепи:

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R.$$



*Решение*

Составим схему замещения цепи (рис. ПЗ.4), заменив усилитель с конечным усилением источником напряжения, управляемым напряжением (ИНУН) в соответствии с табл. 3.2.1. Получившаяся схема замещения приведена на рис. ПЗ.5, а. Переходим к схеме замещения цепи для комплексных действующих значений токов и напряжений (рис. ПЗ.5, б).

Запишем систему уравнений для комплексных узловых напряжений:

$$\begin{cases} Y_{11} \cdot \dot{U}_{1y} - Y_{12} \cdot \dot{U}_{2y} - Y_{13} \cdot \dot{U}_{3y} = \dot{I}_{1y}; \\ -Y_{21} \cdot \dot{U}_{1y} + Y_{22} \cdot \dot{U}_{2y} - Y_{23} \cdot \dot{U}_{3y} = \dot{I}_{2y}; \\ -Y_{31} \cdot \dot{U}_{1y} - Y_{32} \cdot \dot{U}_{2y} + Y_{33} \cdot \dot{U}_{3y} = \dot{I}_{3y}. \end{cases}$$

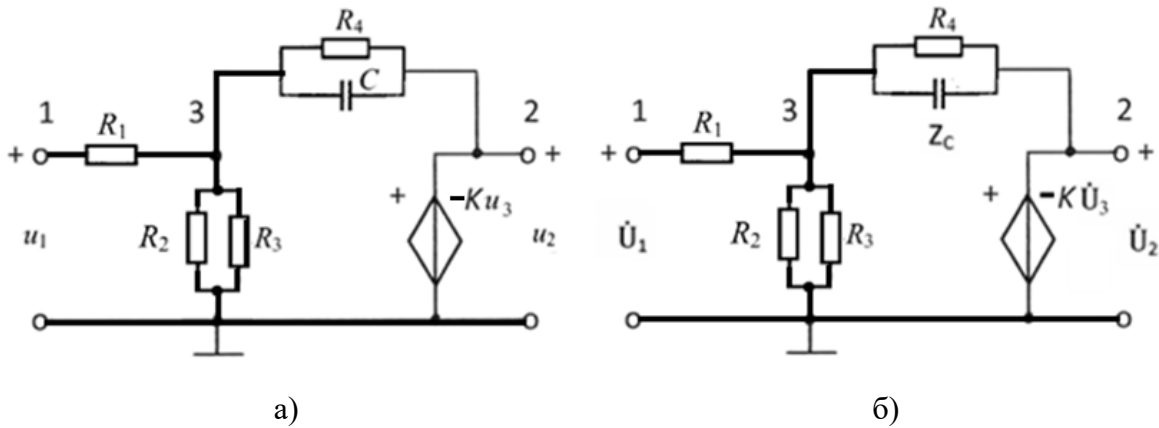


Рис. ПЗ.5

Напряжение  $\dot{U}_{1y}$  задано и равно  $\dot{U}_1$ ; напряжение  $\dot{U}_{2y}$  определяется напряжением на входе усилителя и равно  $\dot{U}_{2y} = -K\dot{U}_{3y}$ . В результате система уравнений приобретает следующий вид:

$$\begin{cases} \dot{U}_{1y} = \dot{U}_1; \\ \dot{U}_{2y} = -K\dot{U}_{3y}; \\ -Y_{31} \cdot \dot{U}_{1y} - Y_{32} \cdot \dot{U}_{2y} + Y_{33} \cdot \dot{U}_{3y} = \dot{I}_{3y}. \end{cases}$$

Найдем комплексные проводимости  $Y$  и подставим их в последнее уравнение системы. Поскольку в цепи нет источников тока,  $\dot{I}_{3y} = 0$ :

$$\begin{cases} \dot{U}_{1y} = \dot{U}_1; \\ \dot{U}_{2y} = -K\dot{U}_{3y}; \\ -\frac{1}{R_1} \cdot \dot{U}_{1y} - \left( \frac{1}{R_4} + j\omega C \right) \cdot \dot{U}_{2y} + \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + j\omega C \right) \cdot \dot{U}_{3y} = 0. \end{cases}$$

Выразим  $\dot{U}_{3y}$  через  $\dot{U}_{2y}$  из второго уравнения системы  $\dot{U}_{3y} = -\frac{\dot{U}_{2y}}{K}$  и подставим получившееся выражение в третье уравнение. Из этого уравнения выражаем  $\dot{U}_{2y} = \dot{U}_2$  через  $\dot{U}_{1y} = \dot{U}_1$ :

$$-\left(\frac{1}{R_4} + j\omega C + \frac{1}{KR_1} + \frac{1}{KR_2} + \frac{1}{KR_3} + \frac{1}{KR_4} + j\frac{\omega C}{K}\right) \cdot \dot{U}_2 = \frac{1}{R_1} \cdot \dot{U}_1.$$

Найдем отношение  $\dot{U}_2$  к  $\dot{U}_1$ , приняв во внимание, что  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R$ , в результате получим выражение для комплексной передаточной функции:

$$H(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = -\frac{\frac{1}{R}}{\frac{1}{R}\left(1 + \frac{4}{K}\right) + j\omega C\left(1 + \frac{1}{K}\right)} = \frac{-K}{4 + K + j\omega CR(1 + K)}.$$

$$\text{АЧХ: } |H(j\omega)| = \frac{K}{\sqrt{(4+K)^2 + (\omega RC(1+K))^2}}.$$

$$\text{ФЧХ: } \theta(\omega) = \pi - \text{arctg} \frac{\omega CR(1+K)}{4+K}.$$

На рис. П3.6 показаны графики АЧХ и ФЧХ, рассчитанные по приведенным выше формулам.

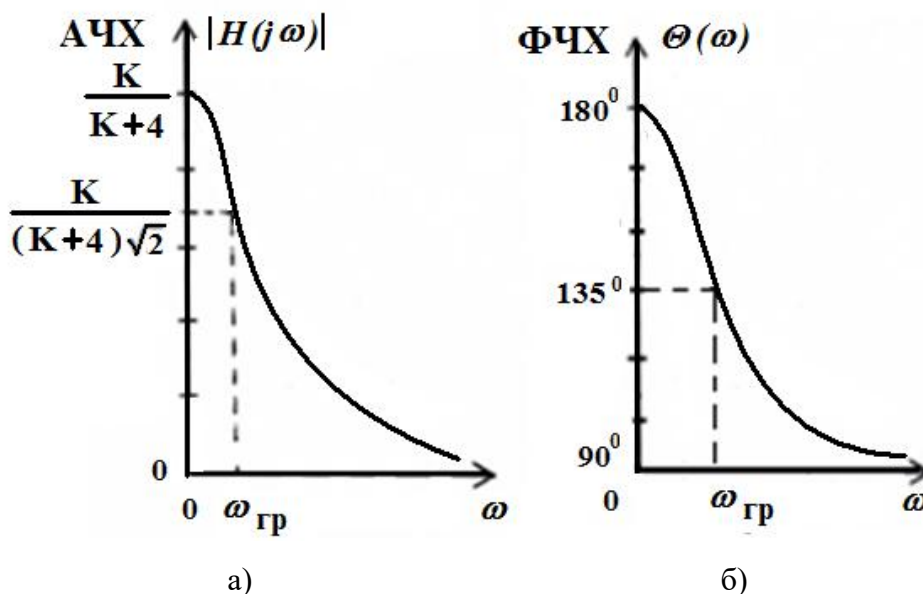


Рис. П3.6

По графику АЧХ видно, что цепь пропускает нижние частоты в диапазоне от  $\omega = 0$  до  $\omega = \omega_{гр}$ .

Найдем граничную частоту полосы пропускания:

$$|H(j\omega_{\text{гр}})| = \frac{K}{(4+K)\sqrt{2}} = \frac{K}{\sqrt{(4+K)^2 + (\omega_{\text{гр}}RC(1+K))^2}};$$

$$(4+K)^2 + (\omega_{\text{гр}}RC(1+K))^2 = (4+K)^2 \cdot 2; \quad \omega_{\text{гр}} = \frac{4+K}{RC(1+K)};$$

$$\theta(\omega_{\text{гр}}) = \pi - \operatorname{arctg} \frac{\omega_{\text{гр}}CR(1+K)}{4+K} = \pi - \operatorname{arctg} 1 = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ.$$

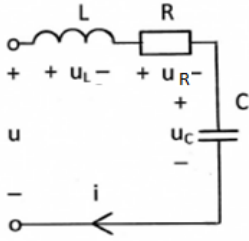
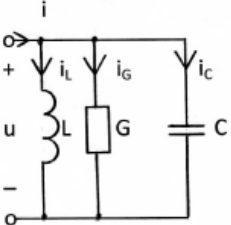
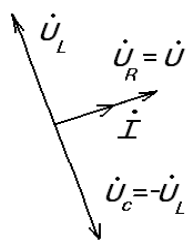
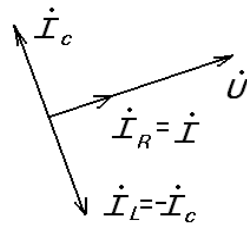
## РЕЗОНАНС В ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ. КОМПЛЕКСНЫЕ ПЕРЕДАТОЧНЫЕ ФУНКЦИИ И ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ КОНТУРОВ

### П4.1. Параметры последовательного колебательного контура

Канонические схемы последовательного и параллельного колебательных контуров, основные величины, характеризующие резонансные явления в них, а также векторные диаграммы приведены в табл. П4.1.

Таблица П4.1

Схемы последовательного и параллельного колебательных контуров,  
основные величины, векторные диаграммы

Основные величины	Последовательный колебательный контур	Параллельный колебательный контур
Каноническая схема контура		
	$Z(j\omega) = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$	$Y(j\omega) = G + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)$
Условие резонанса	$ImZ(j\omega_0) = 0$ $\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C} = 0$ $\varphi_Z = 0$	$ImY(j\omega_0) = 0$ $\omega_0 C - \frac{1}{\omega_0 L} = 0$ $\varphi_Y = 0$
Резонансная частота	$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}; f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$	
Резонансное сопротивление контура	$Z(j\omega_0) = R$	$Z(j\omega_0) = \frac{1}{G}$
Добротность контура при частоте $\omega = \omega_0$	$Q = \frac{U_L}{U} = \frac{U_C}{U} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 CR}$	$Q = \frac{I_C}{I} = \frac{I_L}{I} = \frac{\omega_0 C}{G} = \frac{1}{\omega_0 LG}$
Векторная диаграмма токов и напряжений на резонансной частоте	 <p style="text-align: center;">Резонанс напряжений</p>	 <p style="text-align: center;">Резонанс токов</p>
Полоса пропускания	$2\Delta\omega^* = \omega_1 - \omega_{-1} = \frac{\omega_0}{Q}; 2\Delta f^* = f_1 - f_{-1} = \frac{f_0}{Q}$	

### Пример П4.1

Рассчитать параметры последовательного колебательного контура, схема которого показана на рис. П4.1, а: резонансную частоту  $\omega_0$ , характеристическое сопротивление  $\rho$ , добротность  $Q$ , а также действующее значение напряжения на входе контура  $U$  и действующее значение напряжения на емкости на резонансной частоте  $U_C(\omega_0)$ , если  $R = 400$  Ом,  $C = 200$  пФ,  $L = 800$  мкГн, действующее значение тока на резонансной частоте  $I(\omega_0) = 5$  мА.

Найти комплексную передаточную функцию  $H(j\omega) = \frac{U_C}{U}$  (рис. П4.1, б).

Определить полосу пропускания контура:  $2\Delta f^* = f_1 - f_{-1} = \frac{f_0}{Q}$ , затем построить графики АЧХ и ФЧХ.

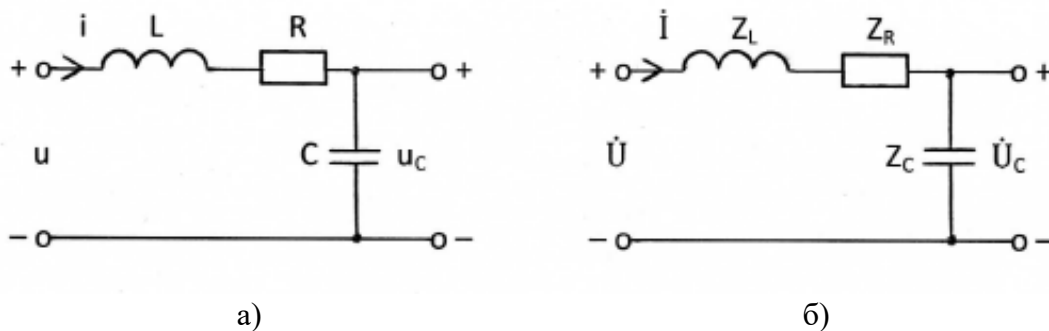


Рис. П4.1

### Решение

Резонансная частота последовательного контура

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 2,5 \cdot 10^6 \frac{\text{рад}}{\text{с}}; f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = 0,398 \cdot 10^6 \text{ Гц} = 398 \text{ кГц.}$$

Характеристическое сопротивление контура, т. е. сопротивление любого из реактивных элементов контура на резонансной частоте, определяется формулой

$$\rho = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C}} = 2,5 \cdot 10^6 \cdot 800 \cdot 10^{-6} = 2000 \text{ Ом.}$$

Добротность контура

$$Q = \frac{\rho}{R} = \frac{2000}{400} = 5.$$

Действующее значение напряжения  $U$  на входе контура определяется из условия, что на резонансной частоте  $\omega_0$  сопротивление контура  $Z(j\omega_0) = R$ , а действующее значение тока  $I(\omega_0)$  задано и равно 5 мА.

$$U(\omega_0) = Z(j\omega_0) \cdot I(\omega_0) = 400 \cdot 5 \cdot 10^{-3} = 2 \text{ В.}$$

Действующее значение напряжения на емкости на резонансной частоте в  $Q$  раз больше действующего значения напряжения на входе контура:

$$U_C(\omega_0) = U \cdot Q = 2 \cdot 5 = 10 \text{ В.}$$

Переходим к комплексной схеме замещения цепи (рис. 4.5, б):

$$i(t) \rightarrow \dot{I}; u(t) \rightarrow \dot{U}; R \rightarrow Z_R = R; L \rightarrow Z_L = j\omega L; C \rightarrow Z_C = \frac{1}{j\omega C} = \frac{-j}{\omega C}.$$

Находим комплексную передаточную функцию  $H(j\omega) = \frac{\dot{U}_C}{\dot{U}}$ :

$$\dot{U} = \dot{I} \cdot (Z_L + Z_R + Z_C) = \dot{I} \left( j\omega L + R + \frac{1}{j\omega C} \right); \dot{U}_C = \dot{I} \cdot \frac{1}{j\omega C};$$

$$H(j\omega) = |H(j\omega)| \cdot e^{j\theta(\omega)} = \frac{Z_C}{Z_L + Z_R + Z_C} = \frac{1}{j\omega C (j\omega L + R + \frac{1}{j\omega C})} = \frac{1}{-\omega^2 LC + 1 + j\omega CR}.$$

$$\text{АЧХ: } |H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{(1 - \omega^2 LC)^2 + (\omega CR)^2}};$$

$$\text{ФЧХ: } \theta(\omega) = -\arctg \frac{\omega CR}{1 - \omega^2 LC}.$$

На рис. П4.2, а показан график АЧХ для заданной  $H(j\omega)$ , а на рис. П4.2, б – график ФЧХ.

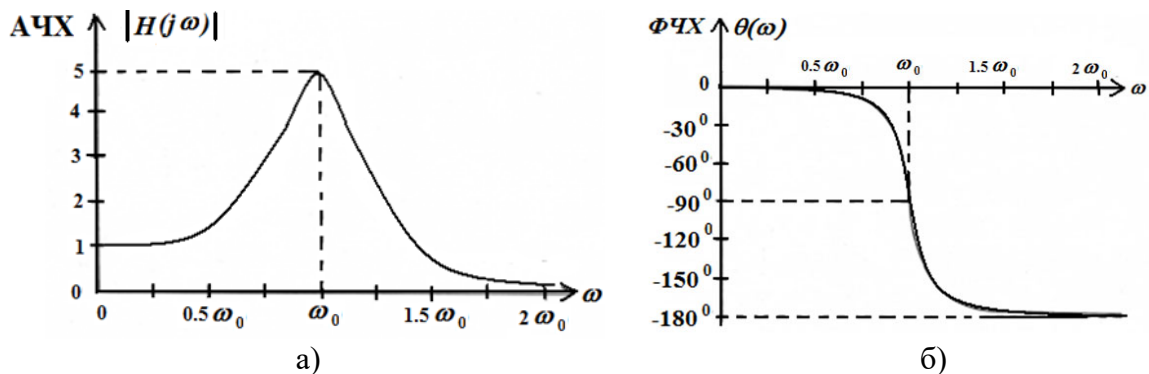


Рис. П4.2

АЧХ колебательного контура на графике рис. П4.2 изменяется не-монотонно. Резко выраженную неравномерность амплитудно-частотной характеристики можно использовать для селективного (избирательного) выделения частотных составляющих сигнала вблизи резонансной частоты  $\omega_0$  и одновременно подавления сигналов, рабочие частоты которых удалены от  $\omega_0$ .

Количественно избирательные свойства колебательного контура определяются его полосой пропускания.

В рассматриваемом примере

$$2\Delta f^* = f_1 - f_{-1} = \frac{f_0}{Q} = 0,398 \cdot 10^6 / 5 = 0,0796 \cdot 10^6 \text{ Гц} = 79,6 \text{ кГц.}$$

## КЛАССИЧЕСКИЙ МЕТОД АНАЛИЗА ПЕРЕХОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

### Пример П5.1

В цепи, схема которой представлена на рис. П5.1, в момент времени  $t = 0$  замыкается ключ. Найдите законы изменения тока  $i_L(t)$  и напряжения  $u_L(t)$  после коммутации ( $t \geq 0$ ), если до коммутации в цепи был режим постоянного тока.

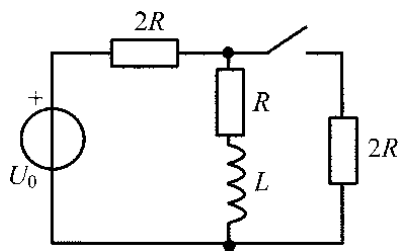


Рис. П5.1

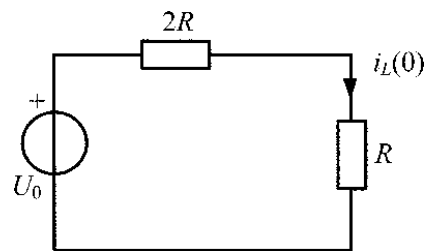


Рис. П5.2

### Решение

Найдем начальные условия задачи. В данном случае это ток через индуктивность при  $t = 0$ . Закон коммутации позволяет найти этот ток в момент  $t = 0_-$ , когда ключ был еще разомкнут и в цепи имел место режим постоянного тока, при котором напряжение на зажимах индуктивности равно нулю, что эквивалентно короткому замыканию ее зажимов (рис. П5.2):

$$i_L(0) = \frac{U_0}{2R + R} = \frac{U_0}{3R}.$$

Составим систему уравнений по законам Кирхгофа для цепи после коммутации ( $t \geq 0$ ) (рис. П5.3):

$$\begin{cases} i_1 = i_2 + i_L; \\ i_2 2R - u_L - i_L R = 0; \\ i_1 2R + i_L R + u_L = U_0; \\ u_L = L \frac{di_L}{dt}. \end{cases}$$

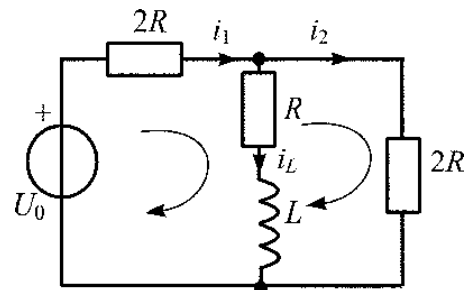


Рис. П5.3

Преобразуем составленную систему уравнений методом подстановок в одно дифференциальное уравнение с переменной  $i_L$ , для которой выполняется закон коммутации.

Для этого выразим все токи через  $i_L$  и подставим в уравнение, содержащее задающее напряжение источника:

$$i_2 = \frac{i_L}{2} + \frac{u_L}{2R} = \frac{i_L}{2} + \frac{L}{2R} \frac{di_L}{dt};$$

$$i_1 = i_2 + i_L = \frac{3i_L}{2} + \frac{L}{2R} \frac{di_L}{dt};$$

$$\left( \frac{3i_L}{2} + \frac{L}{2R} \frac{di_L}{dt} \right) 2R + i_L R + L \frac{di_L}{dt} = U_0;$$

$$4Ri_L + 2L \frac{di_L}{dt} = U_0.$$

Полученное дифференциальное уравнение удобно привести к виду

$$\frac{di_L}{dt} + \frac{2R}{L} i_L = \frac{U_0}{2L},$$

где коэффициент переменной  $i_L - 2R/L = 1/\tau$ , что позволяет проверить правильность составления этого уравнения, определив постоянную времени цепи  $\tau = L/R_3$  по схеме.

Решение неоднородного дифференциального уравнения запишем в виде суммы свободной и вынужденной составляющих:

$$i_L(t) = i_{L \text{ вын}} + i_{L \text{ св}} = i_{L \text{ вын}} + Ae^{pt}.$$

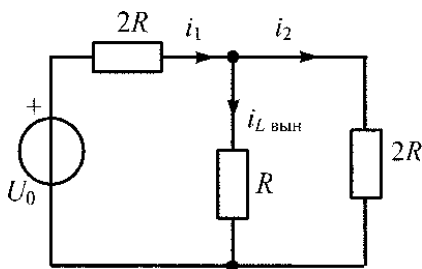


Рис. П5.4

Вынужденную составляющую решения  $i_{L \text{ вын}}$  найдем при  $t \rightarrow \infty$ , когда цепь будет в режиме постоянного тока (рис. П5.4):

$$i_{L \text{ вын}} = i_1 \frac{2R}{2R+R} = \frac{U_0}{2R+2R \cdot R/(2R+R)} \cdot \frac{2}{3} = \frac{U_0}{4R}.$$

Постоянную интегрирования  $A$  найдем из закона коммутации по известным начальным условиям задачи (при  $t = 0$ ):

$$i_L(0_-) = i_L(0_+),$$

$$i_L(0_-) = i_{L \text{ вын}} + A,$$



$$\frac{U_0}{3R} = \frac{U_0}{4R} + A, \quad A = \frac{U_0}{3R} - \frac{U_0}{4R} = \frac{U_0}{12R}.$$

Характеристическое уравнение цепи  $p + 2R/L = 0$  имеет корень  $p = -2R/L$ , постоянная времени цепи  $\tau = -1/p = L/2R$ .

Таким образом, ток через индуктивность после коммутации изменяется по закону

$$i_L(t) = \frac{U_0}{4R} + \frac{U_0}{12R} e^{-\frac{2R}{L}t} = \frac{U_0}{4R} + \frac{U_0}{12R} e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

Тогда

$$u_L(t) = L \frac{di_L}{dt} = L \frac{U_0}{12R} \left( -\frac{2R}{L} \right) e^{-\frac{2R}{L}t} = -\frac{U_0}{6} e^{-\frac{2R}{L}t} = -\frac{U_0}{6} e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

Аналогичный результат можно получить, используя общую формулу, в которой для рассматриваемого примера

$$f(0) = i_L(0) = U_0/3R; \quad f(\infty) = i_{L \text{ вын}} = U_0/4R; \quad \tau = L/R_3 = L/2R,$$

где  $R_3$  рассчитано относительно зажимов индуктивности при условии, что  $U_0 = 0$  (рис. П5.5):

$$R_3 = \frac{2R \cdot 2R}{2R + 2R} + R = 2R.$$

На рис. П5.6 представлены примерные графики зависимостей тока и напряжения на индуктивности от времени.

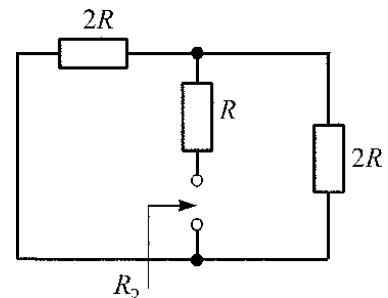


Рис. П5.5

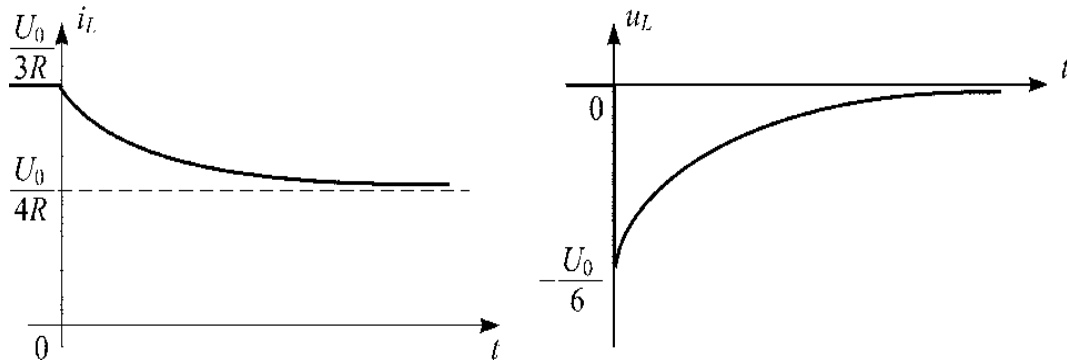


Рис. П5.6

### Пример П5.2

В цепи, схема которой представлена на рис. П5.7, в момент времени  $t = 0$  ключ размыкается. Найдите законы изменения напряжения  $u_C(t)$  и тока  $i_C(t)$  после коммутации ( $t \geq 0$ ), если до коммутации в цепи был режим постоянного тока.

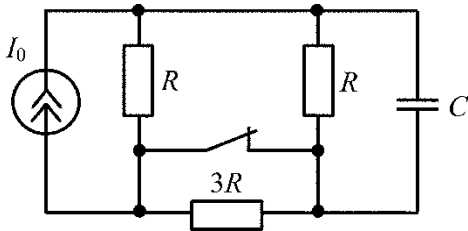


Рис. П5.7

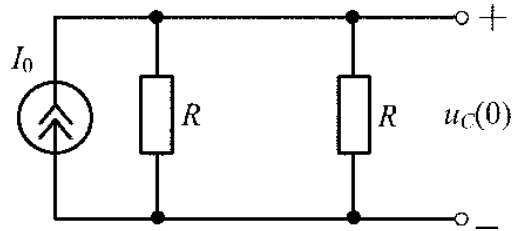


Рис. П5.8

### Решение

Найдем начальные условия задачи, в данном случае – значение  $u_C(0)$ . До коммутации ( $t < 0$ ), когда ключ был замкнут и в цепи был режим постоянного тока, ток через емкость был равен нулю, что эквивалентно размыканию ветви с емкостью (рис. П5.8), тогда

$$u_C(0) = I_0 \frac{R \cdot R}{2R} = \frac{I_0 R}{2}.$$

Составим систему уравнений по законам Кирхгофа для цепи после коммутации ( $t \geq 0$ ) (рис. П5.9):

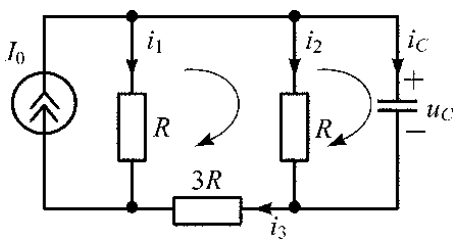


Рис. П5.9

$$\begin{cases} I_0 = i_1 + i_2 + i_C; \\ 0 = i_3 - i_2 - i_C; \\ 0 = u_C - i_2 R; \\ 0 = i_2 R + i_3 3R - i_1 R; \end{cases}$$

$$i_C = C \frac{du_C}{dt}.$$

Преобразуем составленную систему уравнений методом подстановок в одно дифференциальное уравнение с переменной  $u_C$ , для которой выполняется закон коммутации.

Для этого выразим все токи через  $u_C$  и подставим в уравнение, содержащее ток источника:

$$i_2 = \frac{u_C}{R}; \quad i_3 = i_2 + i_C = \frac{u_C}{R} + C \frac{du_C}{dt};$$

$$i_1 = i_2 + 3i_3 = \frac{u_C}{R} + 3\frac{u_C}{R} + 3C \frac{du_C}{dt} = 4\frac{u_C}{R} + 3C \frac{du_C}{dt};$$

$$I_0 = 4\frac{u_C}{R} + 3C \frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{R} + C \frac{du_C}{dt};$$

$$I_0 = 5\frac{u_C}{R} + 4C \frac{du_C}{dt}.$$

Полученное дифференциальное уравнение удобно привести к виду

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{5}{4RC}u_C = \frac{I_0}{4C},$$

где коэффициент переменной  $u_C - 5/4RC = 1/\tau$ , что позволяет проверить правильность составления этого уравнения, определив постоянную времени цепи  $\tau = R_3C$  по схеме.

Решение неоднородного дифференциального уравнения запишем как сумму свободной и вынужденной составляющих:

$$u_C(t) = u_{C \text{ вын}} + u_{C \text{ св}} = u_{C \text{ вын}} + Ae^{pt}.$$

Вынужденную составляющую решения найдем при  $t \rightarrow \infty$ , когда в цепи будет режим постоянного тока (рис. П5.10):

$$u_{C \text{ вын}} = u_C(\infty) = i_2 R = I_0 \frac{R}{R + 4R} \cdot R = \frac{I_0 R}{5}.$$

Постоянную интегрирования  $A$  найдем из закона коммутации по известным начальным условиям задачи (при  $t = 0$ ):

$$u_C(0_-) = u_C(0_+),$$

$$u_C(0_-) = u_{C \text{ вын}} + A,$$

$$\frac{I_0 R}{2} = \frac{I_0 R}{5} + A, \quad A = \frac{I_0 R}{2} - \frac{I_0 R}{5} = \frac{3I_0 R}{10}.$$

Характеристическое уравнение цепи  $p + 5/4RC = 0$  имеет корень  $p = -5/4RC$ , постоянная времени цепи  $\tau = -1/p = 4RC/5 = 0,8RC$ .

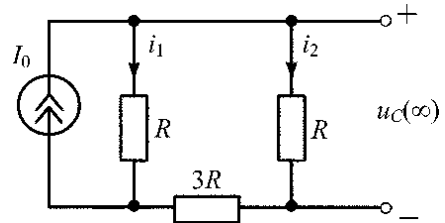


Рис. П5.10

Таким образом, напряжение на емкости после коммутации изменяется по закону

$$u_C(t) = \frac{I_0 R}{5} + \frac{3I_0 R}{10} e^{-\frac{5t}{4RC}} = \frac{I_0 R}{5} + \frac{3I_0 R}{10} e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

Тогда

$$i_C(t) = C \frac{du_C}{dt} = C \frac{3I_0 R}{10} \left( -\frac{5}{4RC} \right) e^{-\frac{5t}{4RC}} = -\frac{3I_0}{8} e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

Аналогичный результат можно получить, используя общую формулу, в которой для рассматриваемого примера имеем

$$f(0) = u_C(0) = I_0 R/2; \quad f(\infty) = u_{C \text{ вын}} = I_0 R/5; \quad \tau = R_3 C = 4RC/5,$$

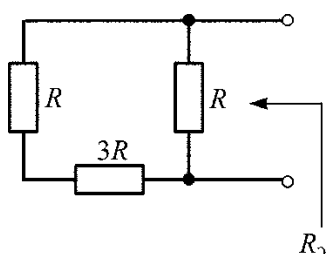


Рис. П5.11

где  $R_3$  рассчитано относительно зажимов емкости при условии, что  $I_0 = 0$  (рис. П5.11):

$$R_3 = \frac{(R + 3R)R}{R + 3R + R} = \frac{4R}{5}.$$

На рис. П5.12 представлены примерные графики зависимостей напряжения и тока на емкости от времени.

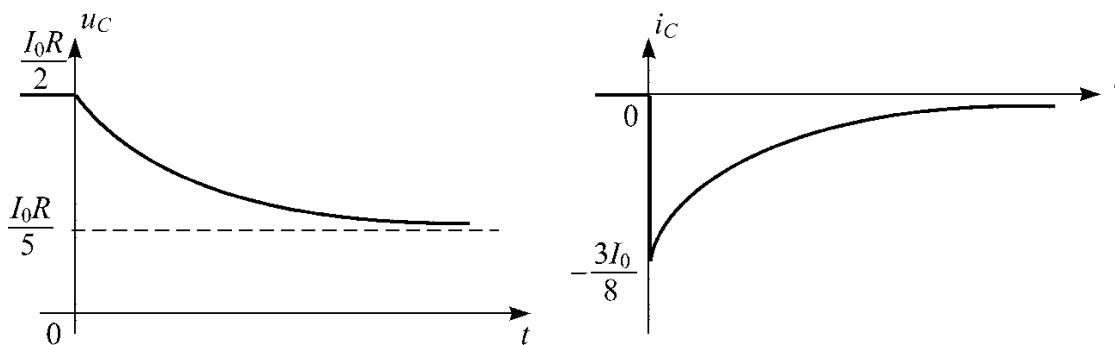


Рис. П5.12

## СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Белецкий, А. Ф. Теория линейных электрических цепей : учебник для вузов / А. Ф. Белецкий. – 2-е изд., стер. – Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2009. – 543 с.
2. Бакалов, В. П. Основы теории цепей : учебное пособие для вузов : [Электронный ресурс] / В. П. Бакалов, В. Ф. Дмитриков, Б. И. Крук. – Москва : Горячая линия-Телеком, 2013. – 596 с. – URL: <http://ibooks.ru/reading.php?productid=333355>. – ISBN 978-5-9912-0329-6.
3. Зайцева, З. В. Теория электрических цепей : [Электронный ресурс] : конспект лекций / З. В. Зайцева, Н. К. Логвинова, В. В. Сергеев ; рец.: В. А. Филин, В. Д. Кулик ; СПбГУТ. – Санкт-Петербург, 2019. – 328 с.
4. Теория электрических цепей. Ч. 1 : Контрольно-измерительные материалы. Разделы 1 и 2 : учебное пособие / З. В. Зайцева [и др.] ; рец.: В. А. Филин, Е. Б. Соловьева ; СПбГУТ. – Санкт-Петербург, 2018. – 55 с.
5. Теория электрических цепей. Ч. 1 : Контрольно-измерительные материалы. Раздел 3 : учебное пособие / З. В. Зайцева [и др.] ; рец.: В. А. Филин, Е. Б. Соловьева ; СПбГУТ. – Санкт-Петербург, 2018. – 39 с.
6. Теория электрических цепей. Ч. 1 : Контрольно-измерительные материалы. Разделы 4 и 5 : учебное пособие / З. В. Зайцева [и др.] ; рец.: В. А. Филин, Е. Б. Соловьева ; СПбГУТ. – Санкт-Петербург, 2018. – 42 с.

**Зайцева Зинаида Викторовна  
Логвинова Нина Константиновна**

**ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ  
ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ**

**Учебное пособие**

Редактор *И. И. Щенсяк*  
Компьютерная верстка *С. Н. Складовой*

План издания 2022 г., п. 73

Подписано к печати 27.01.2022  
Объем 7,5 печ. л. Тираж 28 экз. Заказ 1278  
Редакционно-издательский отдел СПбГУТ  
193232 СПб., пр. Большевиков, 22

Отпечатано в СПбГУТ



